Enzo
Marçais

Correction exercice 13

1) Pour $z=2$

$2\times 2^3 - (3+4i)2^2 - (2-7i)\times 2 + 2i = 16 - 12 - 16i - 4 + 14i + 2i$
$= 0$

$z=2$ est donc une solution réelle de l'équation :
$2\times z^3 - (3+4i)z^2 - (2-7i)z + 2i = 0 \quad (E)$

2) $z=2$ est une solution de (E).
Donc : $2z^3 - (3+4i)z^2 - (2-7i)z + 2i = (z-2)(az^2+bz+c)$
avec a, b et c 3 coefficients à déterminer.
Ici $a=2$ et $c=-i$

Or : pour $z=1$: $2-(3+4i)-(2-7i)+2i = -b-2+i$
$\Leftrightarrow -1+4i = -b$
$\Leftrightarrow b = 1-4i$

Ainsi : $2z^3 - (3+4i)z^2 - (2-7i)z + 2i = (z-2)(2z^2+(1-4i)z-i)$

On a donc $(z-2)(2z^2+(1-4i)z-i)=0$

Résolvons $2z^2+(1-4i)z-i=0$

$\Delta = (1-4i)^2 - 4\times 2(-i)$
$= 1 - \cancel{8i} - 16 + \cancel{8i}$
$= -15 < 0$

Attention ! Ici ça a bien un sens mais en général le discriminant n'est ni positif ni négatif !

Ainsi : $\dfrac{-(1-4i) \pm \sqrt{15}\, i}{\quad}$ est solution de (E)

Par conséquent l'ensemble des solutions de $(\mathcal{E})$ sont :

$$\boxed{S = \left\{ 2 ; \frac{-(1-4i) \pm \sqrt{15}\, i}{4} \right\}}$$