Exercice 11 :

a) Resolvons l'equation (E) : $z^2 - 2\cos(\theta)z + 1 = 0$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.

Soit $\theta \in \mathbb{R}$, notons que, d'après les formules d'Euler :

$$2\cos(\theta) = e^{i\theta} + e^{-i\theta}$$

D'autre part,

$$e^{i\theta} \times e^{-i\theta} = 1$$

On a donc :

$$z^2 - 2\cos(\theta)z + 1 = 0 \iff z^2 - (e^{i\theta} + e^{-i\theta})z + e^{i\theta}e^{-i\theta} = 0$$

Soit $(z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2$, les solutions de (E), d'après la proposition 23 :

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = e^{i\theta} + e^{-i\theta} \\ z_1 z_2 = e^{i\theta} \times e^{-i\theta} \end{cases}$$

Ainsi, l'ensemble de solutions de (E) dans $\mathbb{C}$ est : $\{e^{i\theta}, e^{-i\theta}\}$.