

Programme de colles 6

La colle se déroulera en deux temps.

1. Le cours :

- Il vous sera demandé d'énoncer une définition ou proposition du cours (pas nécessairement dans la liste des propositions exigibles).
- Vous devrez ensuite démontrer une des propositions dont la liste figure dans ce programme (avant de la démontrer vous devrez l'énoncer).

2. Exercice(s) :

Le ou la colleuse vous donnera un ou plusieurs exercices à faire portant sur le programme de colles.

Dans un premier temps la connaissance du cours suffira pour obtenir une note supérieure (ou égale) à la moyenne. Connaître son cours implique bien évidemment de réussir les questions de cours mais pas seulement. Le colleur est à même de juger que le cours n'est pas suffisamment connu pendant le ou les exercices.

La colle portera sur les chapitres **Complexes** et **Calculs de primitives**.

Complexes

1. Forme algébrique d'un nombre complexe.

- L'ensemble \mathbb{C} muni des lois $+$ et \times
- Le module.

2. Forme exponentielle

- Nombres complexes de module 1
- Arguments d'un nombre complexe non nul

3. Equations algébriques

- Racines carrées d'un complexe.
- Equations polynômiales complexes de degré 2.
- Racines nième d'un nombre complexe
Racines de l'unité et racines nième d'un nombre complexe.

4. Racines n -ièmes.

- Racine n -ième de l'unité.
- Racines n -ième d'un complexe.

5. Exponentielle complexe.

6. Fonctions à valeurs complexes.

Dérivation d'une fonction à valeurs complexes (définition naïve). Dérivée d'une composée avec la fonction exponentielle.

7. Nombres complexes et géométrie plane.

Alignement et orthogonalité.

Démonstrations-exercices exigibles

1. Proposition 8 inégalité triangulaire et inégalité triangulaire renversée.
2. Proposition 15 propriétés de la notation $e^{i\theta}$.
3. Exemple 5 Méthode de l'angle moitié.
4. Exemple 6 Linéarisation des puissances de \sin et \cos . Une autre puissance que 3 peut vous être demandée.
5. Exemple 7 Expression de $\cos(n\theta)$ et $\sin(n\theta)$ à l'aide de puissances de $\sin \theta$ et $\cos \theta$. L'exercice pourra être posé pour une autre valeur que 4.
6. Proposition 25 Expression des racines n -ième de l'unité.

Savoir-faire de base

- Calculer la forme algébrique et la forme exponentielle d'un complexe.
- Reconnaître la forme la plus adaptée dans un calcul.
- Utiliser les propriétés du conjugué et du module.
- Utiliser la méthode de l'angle moitié.
- Linéariser les puissances de cosinus et le sinus.
- Exprimer $\cos n\theta$ et $\sin n\theta$ en fonction de puissances de sinus et de cosinus.
- Trouver les racines carrées d'un complexe.
- Trouver les solutions d'une équation polynômiale de degré 2 à coefficients complexes.
- Connaître la forme et les propriétés des racines n -ième de l'unité
- Savoir calculer les racines n -ième d'un complexe.
- Résoudre des équations complexes mettant en jeu l'exponentielle complexe.

Primitives

1. Généralités
Définitions, primitives usuelles et composition.
2. Existence de primitives pour une fonction continue.
3. Recherche de primitives et calculs d'intégrales.
Intégration par parties, changement de variable, calculs classiques.

Démonstrations-exercices exigibles

- Proposition 11 formule d'intégration par partie.
- Proposition 12 Changement de variable.
- Exemple 5 (trouver une primitive soit de l'application $x \mapsto \frac{1}{x^2 - 2x - 3}$ soit de l'application $x \mapsto \frac{1}{3x^2 + x + 1}$).

Savoir-faire de base

1. Reconnaître les primitives classiques ou les composées de primitives classiques.
2. Faire une IPP, reconnaître dans le produit la fonction à dériver et celle à intégrer.
3. Faire deux IPP de suite pour trouver une expression de l'intégrale permettant de la calculer.
4. Procéder à un changement de variables (dans les deux sens).
5. trouver une primitive de l'inverse d'un trinôme.
6. trouver une primitive (en passant par les fonctions à valeurs complexes) du produit d'une fonction trigonométrique et une exponentielle.