Exercice 3 :

Considérons l'application définie par :

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto |x|\, x$$

f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ comme produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$.

$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$,
$f(x) = x^2$
donc $f'(x) = 2x$

$\forall x \in \mathbb{R}_-^*$,
$f(x) = -x^2$
donc $f'(x) = -2x$

Ainsi, f' est bien continue sur $\mathbb{R}^*$.

Pour utiliser le théorème de la limite de la dérivée, ne pas oublier de rappeler que la fonction est continue sur R

De plus, on a :

$$f'(x) \xrightarrow[\substack{x \mapsto 0 \\ x \neq 0}]{} 0$$

donc, d'après le théorème de la limite de la dérivée, f est dérivable en 0, $f'(0) = 0$ et f' est continue en 0.

Ainsi, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' est continue sur $\mathbb{R}$, f est bien de classe C^1.