

Programme de colles de mathématiques

La colle se déroulera en deux temps.

1. Le cours :

- Il vous sera demandé d'énoncer une définition ou proposition du cours (pas nécessairement dans la liste des propositions exigibles).
- Vous devrez ensuite démontrer une des propositions dont la liste figure dans ce programme (avant de la démontrer vous devrez l'énoncer).

2. Exercice(s) :

Le ou la colleuse vous donnera un ou plusieurs exercices à faire portant sur le programme de colles.

Une note supérieure ou égale à 10 ne saurait être attribuée à un élève ne connaissant pas son cours. Connaître son cours implique bien évidemment de réussir les questions de cours mais pas seulement. Le colleur est à même de juger que le cours n'est pas suffisamment connu pendant le ou les exercices.

La colle portera sur les chapitres **Dérivation** (chapitre complet) et **Calcul matriciel (2)**.
Après la question de cours il sera demandé à l'élève d'inverser une matrice de taille 3.

Dérivation

1. **Dérivée en un point, fonction dérivée.**

- (a) Dérivée en un point.
- (b) Interprétation géométrique
- (c) Opérations sur la dérivée en un point (opérations algébriques, composition).
- (d) Fonction dérivables sur un intervalle
- (e) Dérivées usuelles.

2. **Propriétés globales des fonctions dérivables.**

- (a) Points critiques et théorème de Rolle.
- (b) Théorèmes des accroissements finis et applications (lien monotonie et dérivée et théorème de la limite de la fonction dérivée).

3. **Dérivées successives**

Définition de fonctions de classe \mathcal{C}^n et \mathcal{C}^∞ , opérations algébriques de ces fonctions, formule de Leibniz.

4. **Fonctions convexes**

Définition, inégalité de Jensen, caractérisation des fonctions convexes dérivables, deux fois dérivables. Position d'une fonction convexe par rapport à ces tangentes.

5. **Extension aux fonctions à valeurs dans \mathbb{C} .**

Démonstrations-exercices exigibles

- Proposition 5 (opérations sur les dérivées en un point).
- Propositions 15-17 (un extremum local est réalisé en un point critique/ théorème de Rolle).
- Proposition 18 (égalité des accroissements finis).
- Proposition 19 (lien entre signe de la dérivée et monotonie de la fonction).
- Proposition 21 (limite de la dérivée).
- Proposition 37 seulement l'implication f convexe implique la dérivée est croissante.
- Proposition 39 (lien entre convexité est position par rapport aux tangentes).

Savoir-faire de base

- Utiliser les théorèmes globaux (opérations algébriques et composition) pour montrer qu'une fonction est dérivable et calculer sa dérivée.
- Faire une étude locale (soit en revenant à la définition soit en utilisant le théorème de la limite de la dérivée) pour montrer si une fonction est dérivable en un point.
- Savoir appliquer les théorèmes de Rolle et d'égalité des accroissements finis dans des cadres relativement théoriques.
- Utiliser l'inégalité des accroissement finis pour obtenir des inégalités.
- Utiliser l'inégalité des accroissements finis dans le cadre de l'étude d'une suite récurrente.
- Montrer qu'une fonction est convexe ou concave en utilisant la dérivée de seconde.
- Utiliser la convexité ou la concavité d'une fonction pour obtenir des inégalités.