

Programme de colles de mathématiques

La colle se déroulera en deux temps.

1. Le cours :

- Il vous sera demandé d'énoncer une définition ou proposition du cours (pas nécessairement dans la liste des propositions exigibles).
- Vous devrez ensuite démontrer une des propositions dont la liste figure dans ce programme (avant de la démontrer vous devrez l'énoncer).

2. Exercice(s) :

Le ou la colleuse vous donnera un ou plusieurs exercices à faire portant sur le programme de colles.

Une note supérieure ou égale à 10 ne saurait être attribuée à un élève ne connaissant pas son cours. Connaître son cours implique bien évidemment de réussir les questions de cours mais pas seulement. Le colleur est à même de juger que le cours n'est pas suffisamment connu pendant le ou les exercices.

La colle portera sur les chapitres **Sous-ensembles de \mathbb{R} et arithmétique**.

J'ai été absente mercredi (jour de TD) nous n'avons donc pas fait beaucoup d'exercices sur les polyômes. Les exercices des colles de mardi porteront plutôt sur l'arithmétique.

Sous-ensembles de \mathbb{R} et arithmétique

1. Nombres, décimaux et rationnels ‘
2. Multiples et diviseurs
Définition et premières propriétés, division euclidienne, PGCD et PPCM.
3. Nombres premiers
Définitions et premières propriétés, décomposition en produit de facteurs premiers.

Démonstrations-exercices exigibles

- Proposition 2 et corollaire 3 (voir démonstration dans le cours).
- Proposition 4 $\sqrt{2}$ est irrationnel.
- Théorème 10 (division euclidienne).
- Proposition 24 (infinité des nombres premiers).

Polynômes

1. **Opérations degré**
Somme, produit et composition. Degré.
2. **Divisibilité et division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.**
3. **Dérivée et dérivées successives d'un polynôme**
Définition. Dérivée d'une somme d'un produit, d'une composition. Dérivées successives, formule de Leibniz, formule de Taylor pour les polynômes.
4. **Racines d'un polynômes**
Lien entre racines et divisibilité, nombre de racines et degré. Multiplicité d'une racine. Multiplicité et dérivées successives.

5. Factorisation

Polynômes scindés, polynômes irréductibles. Factorisation dans $\mathbb{C}[X]$. Théorème de D'Alembert-Gauss. Factorisation dans $\mathbb{R}[X]$.

Démonstrations-exercices exigibles

- Théorème 20 (division euclidienne).
- Proposition 25 (formule de Taylor pour les polynômes).
- Proposition 27 et 28 (lien racine simple divisibilité)
- Proposition 32 (lien racine multiple et dérivée successives du polynôme).