

## Programme de colles de mathématiques

La colle se déroulera en deux temps.

1. Le cours :

- Il vous sera demandé d'énoncer une définition ou proposition du cours (pas nécessairement dans la liste des propositions exigibles).
- Vous devrez ensuite démontrer une des propositions dont la liste figure dans ce programme (avant de la démontrer vous devrez l'énoncer).

2. Exercice(s) :

Le ou la colleuse vous donnera un ou plusieurs exercices à faire portant sur le programme de colles.

Une note supérieure ou égale à 10 ne saurait être attribuée à un élève ne connaissant pas son cours. Connaître son cours implique bien évidemment de réussir les questions de cours mais pas seulement. Le colleur est à même de juger que le cours n'est pas suffisamment connu pendant le ou les exercices.

La colle portera sur les chapitres **Polynômes** et **Espaces vectoriels**. L'exercice portera sur le chapitre Polnômes.

### Polynômes

1. **Opérations degré**

Somme, produit et composition. Degré.

2. **Divisibilité et division euclidienne dans  $\mathbb{K}[X]$ .**

3. **Dérivée et dérivées successives d'un polynôme**

Définition. Dérivée d'une somme d'un produit, d'une composition. Dérivées successives, formule de Leibniz, formule de Taylor pour les polynômes.

4. **Racines d'un polynômes**

Lien entre racines et divisibilité, nombre de racines et degré. Multiplicité d'une racine. Multiplicité et dérivées successives.

5. **Factorisation**

Polynômes scindés, polynômes irréductibles. Factorisation dans  $\mathbb{C}[X]$ . Théorème de D'Alembert-Gauss. Factorisation dans  $\mathbb{R}[X]$ .

### Démonstrations-exercices exigibles

- Théorème 21 (division euclidienne).
- Proposition 26 (formule de Taylor pour les polynômes).
- Proposition 28 et 29 (lien racine simple divisibilité)
- Proposition 33 (lien racine multiple et dérivée successives du polynôme).

### Espace vectoriel

1. **Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels**

- (a) Définitions, exemples.
- (b) Combinaisons linéaires, sous-espaces vectoriels engendré par une famille de vecteurs.

2. Familles libres, familles liées.

- (a) Familles libres, familles liées.

(b) Familles génératrices.

(c) Bases

**Démonstrations-exercices exigibles**

— Proposition 5 (intersection d'espaces vectoriels)

— Proposition 8 ( $\text{Vect}(x_1, \dots, x_n)$  est un sous-espace vectoriel, c'est le plus petit qui contient  $x_1, \dots, x_n$ .)

— Proposition 13 (Une famille de polynômes à degrés échelonnés est libre.)

— Proposition 14. Si un vecteur appartient à l'espace engendré par une famille libre, les coefficients de la CL sont uniques.