

Programme de colles de mathématiques

La colle se déroulera en deux temps.

1. Le cours :

- Il vous sera demandé d'énoncer une définition ou proposition du cours (pas nécessairement dans la liste des propositions exigibles).
- Vous devrez ensuite démontrer une des propositions dont la liste figure dans ce programme (avant de la démontrer vous devrez l'énoncer).

2. Exercice(s) :

Le ou la colleuse vous donnera un ou plusieurs exercices à faire portant sur le programme de colles.

Une note supérieure ou égale à 10 ne saurait être attribuée à un élève ne connaissant pas son cours. Connaître son cours implique bien évidemment de réussir les questions de cours mais pas seulement. Le colleur est à même de juger que le cours n'est pas suffisamment connu pendant le ou les exercices.

La colle portera sur les chapitres **Espaces vectoriels une introduction** et **Dimension**. L'exercice portera sur le chapitre d'introduction aux espaces vectoriels. Cela étant, si l'étudiant veut utiliser des arguments de dimension il le pourra.

Espace vectoriel

1. **Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels**

- (a) Définitions, exemples.
- (b) Combinaisons linéaires, sous-espaces vectoriels engendré par une famille de vecteurs.

2. Familles libres, familles liées.

- (a) Familles libres, familles liées.
- (b) Familles génératrices.
- (c) Bases

3. Somme de sous-espaces vectoriels.

- (a) Somme de sous-espaces vectoriels
- (b) Somme directe
- (c) Espaces supplémentaires

Démonstrations-exercices exigibles

- Proposition 5 (intersection d'espaces vectoriels)
- Proposition 8 ($\text{Vect}(x_1, \dots, x_n)$ est un sous-espace vectoriel, c'est le plus petit qui contient x_1, \dots, x_n .)
- Proposition 13 (Une famille de polynômes à degrés échelonnés est libre.)
- Proposition 14. Si un vecteur appartient à l'espace engendré par une famille libre, les coefficients de la CL sont uniques.

Savoir-faire de base

- Connaître les définitions du cours!
- Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel en utilisant la caractérisation.
- Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel en trouvant une famille génératrice.
- Montrer qu'une famille est génératrice d'un espace.
- Montrer qu'une famille est libre.
- Trouver les coordonnées d'un vecteur dans une base.

Espace vectoriel de dimension finie

1. **Existence de bases, bases extraites, bases incomplètes**
2. Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie.
3. Sous-espaces vectoriels en dimension finie.
4. Complément sur les polynômes

Démonstrations-exercices exigibles

- Proposition 2 (Principe de réduction d'une famille génératrice).
- Théorème 3 (théorème de la base extraite).
- Théorème 7 (Lemme d'échange).
- Corollaire 8.