

Programme de colles de mathématiques

La colle se déroulera en deux temps.

1. Le cours :

- Il vous sera demandé d'énoncer une définition ou proposition du cours (pas nécessairement dans la liste des propositions exigibles).
- Vous devrez ensuite démontrer une des propositions dont la liste figure dans ce programme (avant de la démontrer vous devrez l'énoncer).

2. Exercice(s) :

Le ou la colleuse vous donnera un ou plusieurs exercices à faire portant sur le programme de colles.

Une note supérieure ou égale à 10 ne saurait être attribuée à un élève ne connaissant pas son cours. Connaître son cours implique bien évidemment de réussir les questions de cours mais pas seulement. Le colleur est à même de juger que le cours n'est pas suffisamment connu pendant le ou les exercices.

Intégration

1. Intégrale d'une fonction en escalier.
2. Intégrale des fonctions continues sur un segment.
 - (a) Construction
 - (b) Propriété des intégrales de fonctions continues.
 - (c) Passage à la limite et développement asymptotique.
3. Calcul intégral
Théorème fondamental de l'analyse, IPP, changement de variables
4. Formules de Taylor.
Formule de Taylor-Young, formule de Taylor avec reste intégral
5. Sommes de Riemann
6. Intégrale des fonctions continues à valeurs dans $\mathbb{C}$.

Démonstrations-exercices exigibles

- Théorème 21 (thm fondamental de l'analyse)
- Théorème 28 (formule de Taylor avec reste intégral).
- Proposition 31 (les sommes de Riemann convergent cas lipschitzien).

Applications linéaires

1. Généralités

Définitions et exemples, opérations sur les applications linéaires, noyau et image.

2. Isomorphismes

Réciproque et composée, isomorphismes et dimension finie, espaces isomorphes.

3. Modes de définition d'une application linéaire

Utilisation d'une base, utilisation d'espaces supplémentaires.

4. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Identité, homothéties, projecteurs, symétries.

Démonstrations-exercices exigibles

- Proposition 10 (injectivité et noyau).
- Proposition 33 (Les projecteurs sont des projections).
- Propositions 40 et 41 (théorème du rang).

Applications linéaires et matrices

1. Matrice d'une application linéaire.

Matrice d'une famille de vecteurs dans une base. Matrice d'une application linéaire dans des bases. Interprétation du produit matriciel. Changement de bases

2. Définitions importées des applications linéaires vers les matrices.

Application linéaire canoniquement associée à une matrice. Noyau, image d'une matrice. Calcul du rang.