

LE FOOTBALL ET SES TRAJECTOIRES

18/09/2023

Auteur(s) / Autrice(s) :

Guillaume Dupeux

Ecole Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles,
Paris

Caroline Cohen

Ecole Polytechnique

Anne Le Goff

Ecole Polytechnique

David Quéré

Ecole Polytechnique

Christophe Clanet

Ecole Polytechnique

Publié par :

Delphine Chareyron

Article initialement paru dans la revue « [Reflets de la Physique](#) » n°28, 2012. On en propose ici une version un peu plus étoffée.

Résumé

Cet article analyse l'origine physique et la forme des différentes trajectoires d'un ballon de football. En l'absence de gravité et d'air, la trajectoire est une droite. Avec la gravité, la droite s'incurve vers la parabole galiléenne. L'aérodynamique enrichit ces deux comportements classiques et fait apparaître des zigzags, des paraboles tronquées et des spirales. Nous discutons les propriétés de ces différentes trajectoires et les phases de jeu qui permettent de les observer.

Table des matières

- [Introduction](#)
- [1. Forces exercées sur le ballon](#)
 - [1.1 Origine physique de la traînée](#)
 - [1.2 Origine physique de la portance](#)
- [2. Trajectoires en fonction des forces dominantes](#)
- [3. Lignes droites et zigzags](#)
- [4. Paraboles et paraboles tronquées](#)
- [5. La spirale](#)
- [Conclusion](#)
- [Références](#)

INTRODUCTION

Les jeux de balles nous accompagnent depuis au moins 3 500 ans [1]. Ils font partie de notre évolution et nous les retrouvons sur tous les continents : Tsu Chu en Chine, Kemari au Japon, Episkiros en Grèce, Pok a tok en Amérique du Sud. Une de leurs versions contemporaines est le football. Il se pratique à deux équipes de onze joueurs, avec un ballon rond de 450 g et 22 cm de diamètre, et sur un terrain d'une centaine de mètres, dont les dimensions précises sont indiquées sur la figure 1.

1. FORCES EXERCÉES SUR LE BALLON

Nous proposons ici quelques rappels sur les origines physiques de la traînée et de la portance.

1.1 ORIGINE PHYSIQUE DE LA TRAÎNÉE

Lorsque le ballon se déplace (sans mouvement de rotation) à la vitesse U dans l'air, il subit des **forces de frottement** de l'air et "rencontre" une **différence de pression** entre l'amont (forte pression) et l'aval (faible pression). La force de traînée augmente avec la séparation de l'écoulement, c'est-à-dire lorsque les lignes de champs se détachent derrière le ballon, créant une zone de recirculation, espace de faible pression, figure 2.

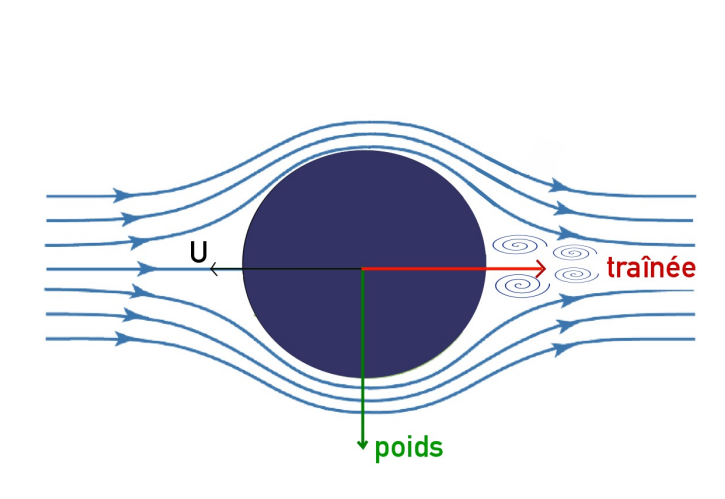


Figure 2. Écoulement de l'air autour du ballon se déplaçant à une vitesse U , sans mouvement de rotation

On peut estimer la force de traînée en considérant la mise en mouvement de l'air chassé par le ballon, lorsqu'il se déplace d'un diamètre $2R$ (avec R le rayon du ballon). La masse d'air déplacée lors de ce mouvement est de l'ordre de ρR^3 (où ρ est la masse volumique de l'air), et passe d'une vitesse nulle à quasiment la vitesse du ballon, d'où $\Delta u \approx U$ sur un temps $\Delta t \approx \frac{R}{U}$.

Cela conduit à l'expression de la force de traînée : $F_{\text{traînée}} \sim \rho R^2 U^2$

1.2 ORIGINE PHYSIQUE DE LA PORTANCE

La portance est liée à **la distribution de pression autour d'un objet** [6]. Un corps symétrique (comme un ballon) ne génère pas portance.

C'est justement la rotation du ballon qui va créer la force de portance.

Lorsque le ballon tourne avec la vitesse angulaire ω , l'écoulement derrière le ballon n'est plus symétrique. La rotation implique que l'air est accéléré d'un côté, ce qui fait apparaître une force perpendiculaire à l'écoulement, dite « force de Magnus ». Pour trouver son expression, on raisonne comme précédemment, en considérant cette fois la variation de vitesse dans la direction perpendiculaire à l'écoulement :

La masse m d'air passe d'une vitesse nulle à quasiment la vitesse de rotation du ballon : $\Delta u \approx R\omega$.

D'où la force de portance : $F_{\text{portance}} \sim \frac{m\Delta U}{\Delta t} \sim \rho R^3 \omega U$

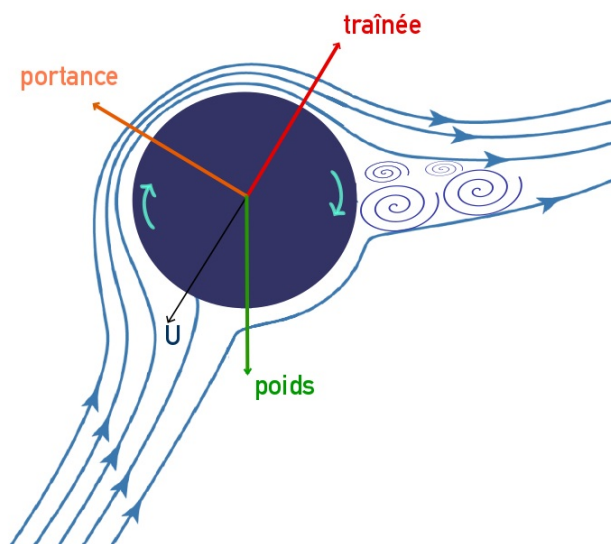


Figure 3. Écoulement de l'air autour d'un ballon se déplaçant à une vitesse U avec rotation

2. TRAJECTOIRES EN FONCTION DES FORCES DOMINANTES

Pour un ballon de masse M et dont le centre d'inertie est animé par une vitesse U , l'équation générale de la trajectoire est :

$$M \frac{dU}{dt} = F_{\text{gravité}} + F_{\text{traînée}} + F_{\text{portance}} \quad (\text{eq1})$$

Nous allons analyser l'équation en identifiant différents régimes caractérisés, chacun, par une trajectoire particulière.

- Lorsque **la gravité domine**, on observe des trajectoires paraboliques : c'est le régime des touches ou des lobs, figure 4a.
- À l'inverse, lorsque **la traînée domine sur la gravité et en l'absence de rotation (donc pas de portance)**, les trajectoires sont rectilignes ou en zigzag, figure 4b.
- Enfin, lorsque **l'aérodynamique domine sur la gravité et que le ballon tourne**, les trajectoires se courbent, comme dans les fameux coup francs de Michel Platini, et se rapprochent de spirales, comme dans celui de Roberto Carlos, figure 4c.

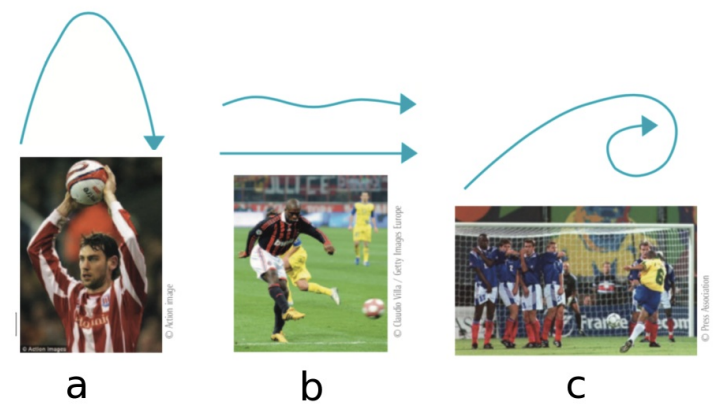


Figure 4. Différentes trajectoires en fonction des forces dominantes

a) La gravité domine, b) La traînée domine sur la gravité et absence de rotation du ballon, c) Les forces aérodynamiques dominent sur la gravité.

On peut résumer ces résultats sous la forme d'un diagramme de phase. Pour cela, nous mesurons l'importance relative des forces avec deux nombres sans dimension :

- $D_r = \frac{F_{traînée}}{F_{gravité}}$
- $S_p = \frac{F_{portance}}{F_{traînée}}$

Sur la figure 5, nous utilisons ces deux nombres pour définir le diagramme de phase et représenter les différentes trajectoires.

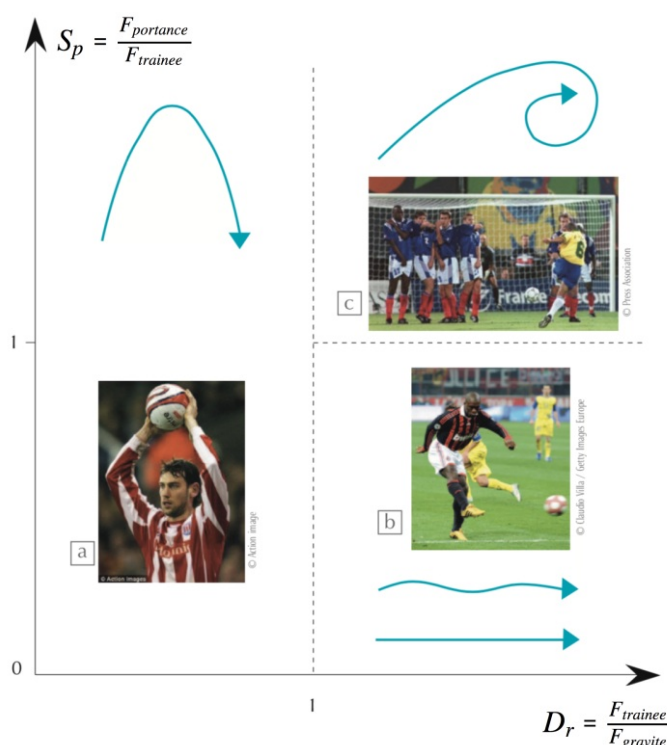


Figure 5. Diagramme de phase des différentes trajectoires observées au football

(a) Lorsque la gravité domine ($D_r \ll 1$), les trajectoires sont paraboliques. C'est le régime des touches, illustré ici par Rory Delap, joueur irlandais connu pour faire des touches aussi longues que des corners. (b) À plus grande vitesse et en l'absence de rotation ($D_r \gg 1$, $S_p \ll 1$), on observe des trajectoires rectilignes, en zigzag, voire en paraboles tronquées. Ce régime est illustré ici par Clarence Seedorf, footballeur néerlandais connu pour la puissance de ses tirs.

(c) Enfin, lorsque l'aérodynamique domine et que le ballon tourne ($D_r \gg 1$, $S_p \gg 1$), on observe des trajectoires courbées, comme dans les fameux coups francs de Platini ou ici de Roberto Carlos.

3. LIGNES DROITES ET ZIGZAGS

On s'intéresse ici aux **grosses frappes sans rotation**, où ($D_r \gg 1$ et $S_p \ll 1$). Dans cette limite, seule la force de traînée $F_{\text{traînée}} \sim \rho R^2 U^2$ influence la trajectoire du ballon.

Ici, $\rho \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air, tandis que $R = 0,11 \text{ m}$ est le rayon du ballon et U sa vitesse.

Cette force aérodynamique devient supérieure au poids au-delà de la vitesse critique $U^* \approx 20 \text{ m/s}$. Le tableau de la figure 6 indique des vitesses enregistrées en match lors de grosses frappes.

Joueur	U_0 (m/s)	Match
David Hirst	51	Sheffield / Arsenal (16/09/96)
David Beckham	44	Manchester Utd / Chelsea (22/02/97)
David Trézéguet	43	Monaco / Manchester Utd (19/03/98)
Richie Humphreys	42,8	Sheffield / Aston Villa (17/08/96)
Matt Le Tissier	39	Southampton / Newcastle (18/01/97)
Alan Shearer	38,3	Newcastle / Leicester (02/02/97)
Roberto Carlos	38,1	Brésil / France (03/06/97)

Figure 6. Vitesses de ballon enregistrées lors de grosses frappes

Ces vitesses sont supérieures à 38 m/s, ce qui correspond bien au domaine aérodynamique.

La force de traînée étant alignée avec la vitesse, on déduit de l'équation (eq1) que la trajectoire est une droite.

L'équation de mouvement peut s'écrire :

$$M(1 + C_M \frac{\rho}{\rho_b}) U \frac{dU}{ds} = -\frac{1}{2} \rho U^2 \pi R^2 C_x$$

Dans cette équation C_M est un coefficient de masse ajouté qui est égal, dans le cas d'une sphère à $\frac{1}{2}$ et est indépendant de la vitesse U et C_x le coefficient de traînée : $C_x \approx 0,4$ (figure 7).

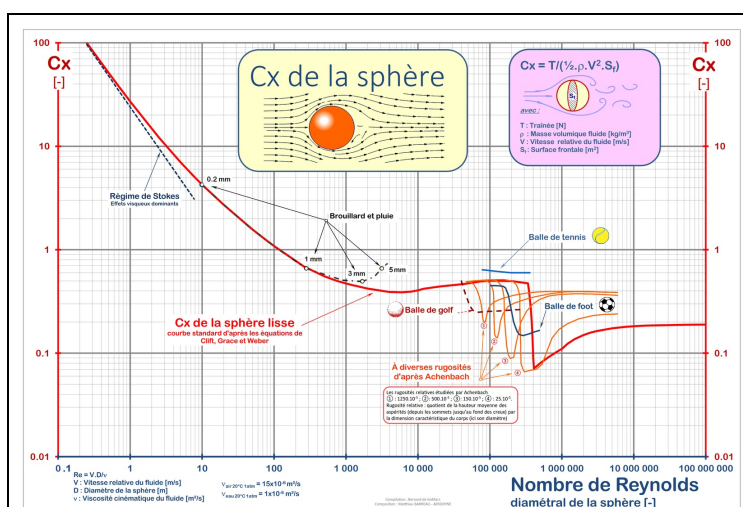


Figure 7. Le coefficient de traînée d'une sphère

Source : Bernard de Go Mars, Wikimedia

De façon plus précise, cette équation s'intègre en posant $U(s=0) = U_0$ et l'on montre que la vitesse décroît exponentiellement avec l'abscisse curviligne s suivant la loi :

$$U(s) = U_0 \exp - \frac{s}{l_c}$$

l_c étant la longueur caractéristique de freinage :

$$l_c = 7 \frac{\rho_b}{\rho} R \quad (\text{eq2})$$

Avec $\rho_b = 81 \text{ kg/m}^3$, la masse volumique du ballon et le facteur 7 est la valeur donnée par le calcul pour nos gammes de vitesses et de tailles. La longueur l_c est ainsi de l'ordre de 50 m pour le football.

Tant que $U(s) > U^*$ (typiquement jusqu'à $s \sim l_c \approx 50 \text{ m}$), les grosses frappes sont donc sensées suivre des lignes droites.

On présente sur la figure 8 des trajectoires de ballon pour $U_0 \approx 28 \text{ m/s}$: l'écoulement d'air autour du ballon est visualisé en recouvrant la balle d'une poudre de tétrachlorure de titane (Hong et al. [7]).

Dans ces clichés, les petites bouffées révèlent la structure tourbillonnaire complexe à l'aval du ballon et montrent que la trajectoire reste effectivement une quasi-ligne droite (a), mais qu'elle peut parfois zigzaguer autour de cette droite (b). On observe aussi sur la figure 8b que la taille du zigzag est grande comparée à la distance qui sépare deux vortex. Cette séparation d'échelles indique que l'origine du zigzag (aussi observé au volley et au baseball) n'est pas un simple couplage entre le ballon et les tourbillons émis dans son sillage. Son origine physique est encore débattue, mais il semble que la transition turbulente de la couche limite joue un rôle essentiel [3].

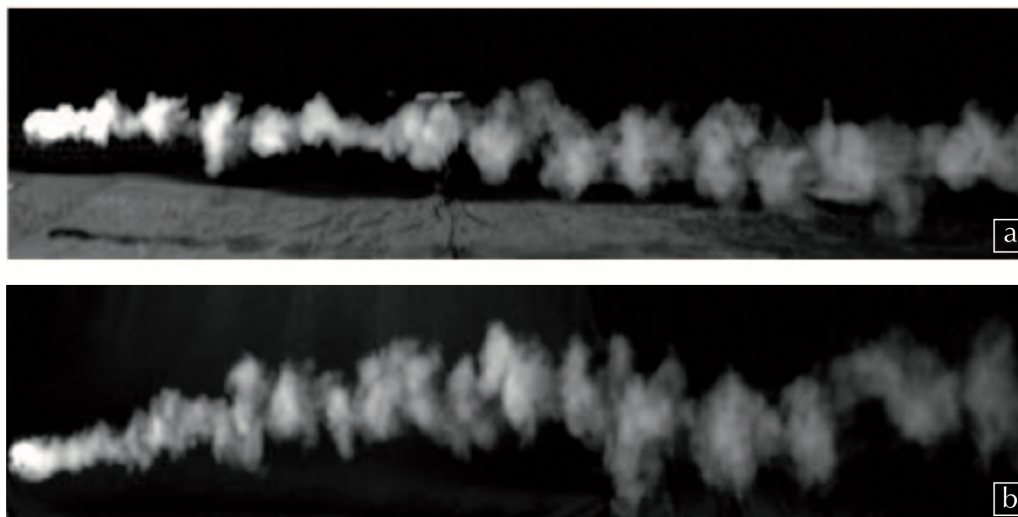


Figure 8. Trajectoires de ballons de football

Observations par Hong et al. pour $U_0 \approx 28 \text{ m/s}$ - Unsteady Aerodynamic Force on a Knuckleball in Soccer, [7].

(a) ligne droite ; (b) zigzags. Sur ces clichés, le ballon va de droite à gauche.

4. PARABOLES ET PARABOLES TRONQUÉES

Lorsque la distance parcourue par le ballon est supérieure à la distance de freinage l_c , la vitesse du ballon diminue et la gravité ne peut plus être négligée dès lors que la vitesse du ballon devient inférieure à U^* . Cette situation se rencontre lors des dégagements des gardiens de but (figure 9a).

Sous cette hypothèse, nous avons intégré numériquement l'équation (eq1), en prenant en compte la force de traînée et la force de gravité. Les trajectoires obtenues pour deux angles initiaux différents (45° et 37°) avec $l_c = 54 \text{ m}$ et $U_0 = 45 \text{ m/s}$ sont présentées sur la figure 9b.

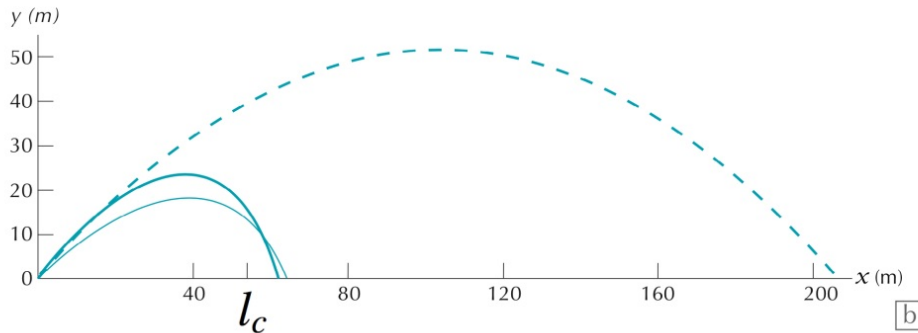


Figure 9. Trajectoires de dégagements

(a) Les dégagements des gardiens de but (ici, Steve Mandanda) dépassent en général de peu le milieu de terrain, et sont caractérisés par une courbe en cloche fortement asymétrique par rapport à leur apogée.

(b) Trajectoires du ballon avec gravité et freinage aérodynamique (trait plein) et avec la gravité seule (pointillés). La vitesse initiale est de $U_0 = 45$ m/s, l'angle initial est 45° pour le trait épais et 37° pour la trajectoire la plus longue (trait mince). Pour ces deux cas, $l_c = 54$ m.

Source de la photo : <http://fansdemarseille.centerblog.net/6-steve-mandanda>.

On observe ici un écart important avec la parabole galiléenne : quand on atteint la longueur l_c , l'inertie du ballon ne compte plus, si bien qu'il retombe presque verticalement. On voit aussi que l'angle qui maximise la distance n'est plus 45° mais 37° . Cet angle optimal varie avec l_c et U_0 .

5. LA SPIRALE

Nous retenons des deux sections précédentes que, dans la limite des grandes vitesses ($U_0 \gg U^*$), la gravité peut être négligée, et la trajectoire est rectiligne sur des distances petites devant l_c . Ceci est vrai en l'absence de rotation.

Avec rotation, Le ballon subit aussi la force de Magnus :

$$F_{\text{portance}} \sim \rho R^3 \omega_0 \wedge U$$

où ω_0 est le vecteur rotation.

Cette force, perpendiculaire à la vitesse, dévie le ballon de la ligne droite. Plus précisément, la courbure locale de la trajectoire $C(s)$ évolue suivant l'équation :

$$MU^2 C(s) = F_{\text{portance}}$$

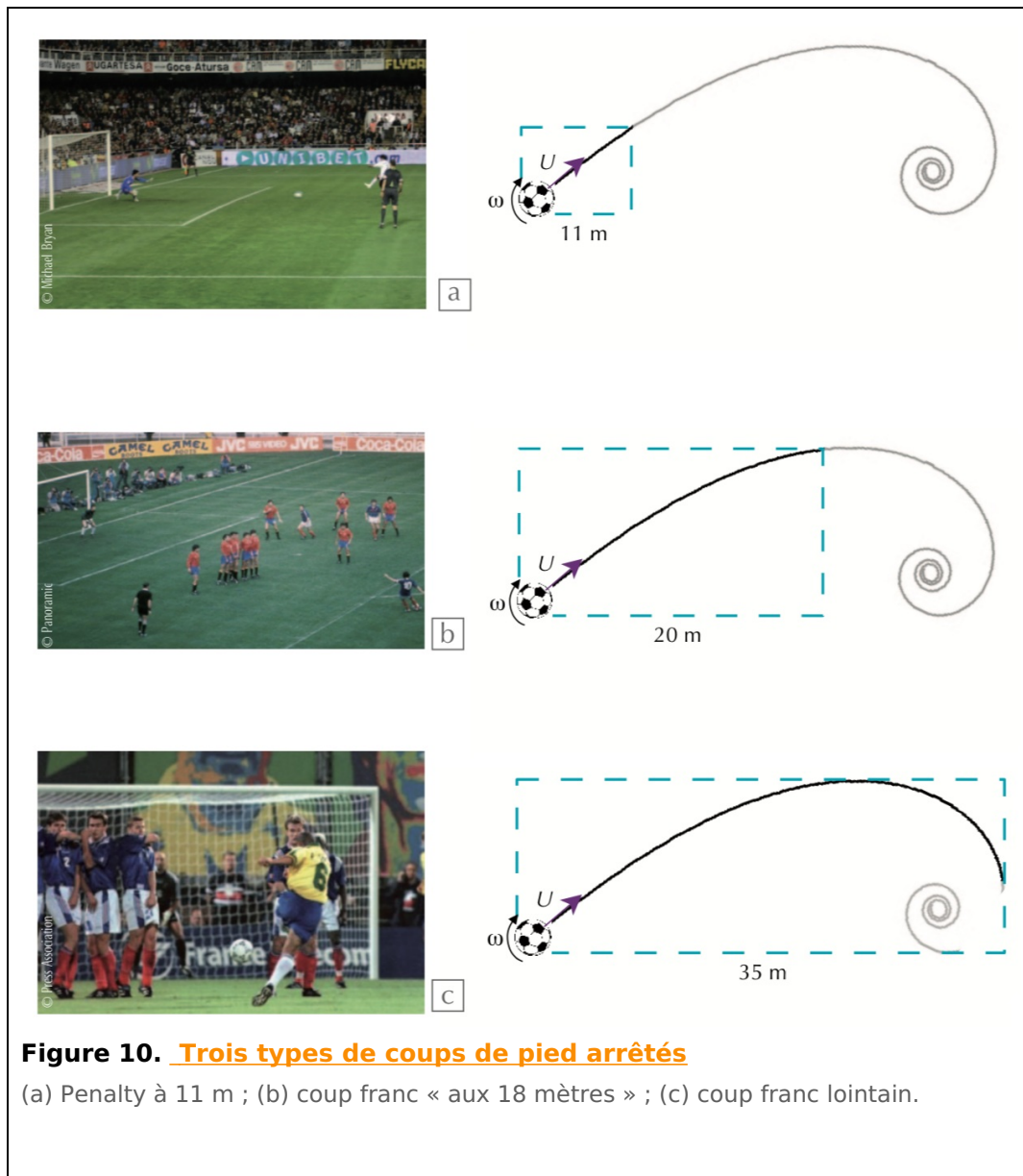
En utilisant l'expression de la force de portance et en prenant en compte la décroissance exponentielle de la vitesse, cette équation indique que la courbure de la trajectoire augmente à partir de l'impact suivant la loi :

$$C(s) \sim \frac{\omega_0}{U_0} \exp \frac{s}{l_c} \quad (\text{eq3})$$

Cette trajectoire (étudiée en détail par Dupeux et al. [8]), nous ne discutons ici que ses implications pour le football. L'équation (eq3) montre que la trajectoire est une spirale dont la courbure initiale $C_0 \sim \frac{\rho \omega_0}{\rho_b U_0}$ augmente exponentiellement sur la longueur de freinage l_c .

Nous discutons sur la figure 10 la possibilité d'observer cette spirale dans le cas de trois coups de pied arrêtés. À l'échelle du penalty (figure 10a), la distance de 11 m est petite comparée à la taille de la spirale, <https://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/foot-trajectoires-Reflets-phy.xml> - Version du 31/10/24

et seul le début rectiligne de la trajectoire est observable.



Pour un coup franc aux 18 m (figure 10b), le cœur de la spirale n'est pas accessible, mais la trajectoire est courbée et on peut l'estimer par un cercle de courbure C_0 . Pour un coup franc lointain (figure 10c), la trajectoire courbée dévie du cercle et l'augmentation de courbure devient observable.

Selon nous, cette augmentation est à l'origine de la trajectoire surprenante observée lors du coup franc de Roberto Carlos tiré contre la France en 1997 [9]. Ce coup franc est schématisé sur la figure 11. Il est tiré des 35 mètres à une vitesse $U_0 = 38 \text{ m/s}$ et un angle initial α de l'ordre de 12° . Du fait de la rotation ($\omega_0 \approx 88 \text{ rad/s} \approx 15 \text{ tours par seconde}$), la trajectoire du ballon s'incurve et finit par entrer dans le but sans que le gardien bouge (courbe bleue).

Sans rotation, le ballon sortirait de 4 mètres (pointillés). Avec une trajectoire circulaire, le ballon manque la cage de 80 centimètres (tirets violets). Du fait de la spirale, le ballon s'écarte de la trajectoire circulaire dans les derniers mètres qui le séparent du poteau et finit par entrer, à la surprise générale.

Dans le cas du coup franc de Roberto Carlos, l'axe de rotation est vertical et le ballon dévie horizontalement vers la gauche, ce qui lui permet de contourner le mur. Un autre type de coup franc est celui où le tireur décide de faire passer le ballon par-dessus le mur et de le faire plonger ensuite. Pour cela, il choisit un axe de rotation horizontal et fait tourner le ballon de telle sorte que son sommet aille vers l'avant (tel un lift au ping-pong). Ce type de coup franc est rare, car il demande un petit pied, suffisamment petit pour passer sous le ballon et le brosser. Un des derniers grands maîtres capables de réaliser ce geste est Juninho Pernambucano.

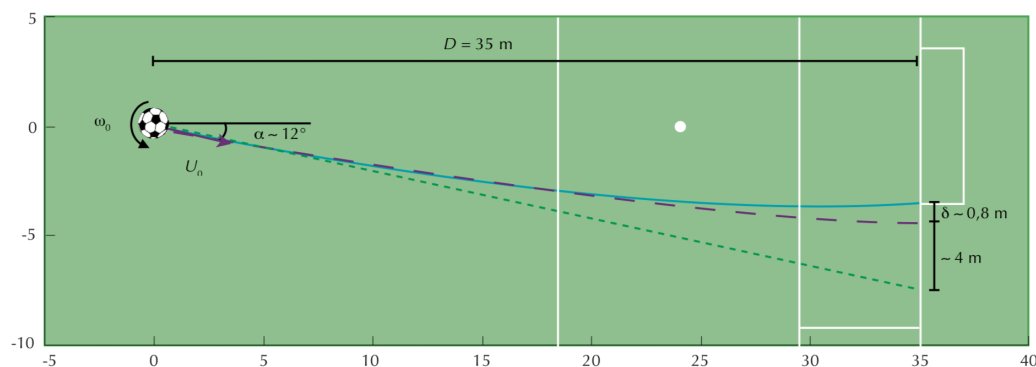


Figure 11. Coup franc de Roberto Carlos, tiré contre la France en 1997

On détaille ici le coup franc présenté sur la figure 5c. La trajectoire bleue est calculée à partir de l'équation (3), avec $U_0 = 38 \text{ m/s}$ et $\omega_0 \approx 88 \text{ rad/s}$. La trajectoire violette est le cercle de courbure C_0 , et le trait pointillé vert indique la trajectoire rectiligne.

CONCLUSION

Gravité et aérodynamique sont responsables de la diversité des trajectoires du ballon de football. À faible vitesse (touche, lob), la gravité domine et seule la parabole galiléenne est observée. À forte vitesse (penalty, coup franc, tir tendu), l'aérodynamique devient prépondérante et la trajectoire se met à dépendre de la rotation du ballon. Sans rotation, celui-ci va tout droit ou zigzag, suivant la nature laminaire ou turbulente de sa couche limite. Cette trajectoire quasi-rectiligne perdure, jusqu'à ce que le ballon soit suffisamment ralenti pour que la gravité le fasse tomber, donnant lieu à des paraboles tronquées. Le dernier régime est celui des ballons en rotation qui conduit à des cercles, voire à des morceaux de spirale lorsque la distance parcourue est suffisamment grande.

De la même manière il est possible de s'intéresser à d'autres sports de balles mettant en jeu, d'autres tailles (R), rapports de densités ($\frac{\rho_b}{\rho}$), vitesses maximales (U_0), paramètre de rotation (ω_0) et taille du terrain (L), figure 12 [8].

Sport	$2R$ (cm)	ρ_b/ρ	U_0 (m s^{-1})	$S = R\omega_0/U_0$	L (m)	l_c (m)	U_0^2/g (m)
Tennis de table	4.0	67	50	0.36	2.7	9.3	255
Golf	4.2	967	90	0.09	200	141	826
Tennis	6.5	330	70	0.19	24	73	499
Football	21	74	30	0.21	100	54	92
Baseball	7.0	654	40	0.17	18	160	163
Volleyball	21	49	20	0.21	18	35	41
Basketball	24	72	10		28	60	10
Handball	19	108	20		40	71	40

Figure 12. Spécificités pour différents sports

Les trois premiers sports sont dominés par les forces aérodynamiques ($\frac{U_0^2}{g} \gg l_c$). Pour les deux derniers sports, la gravité domine ($l_c \gg \frac{U_0^2}{g}$).

Source : *The spinning ball spiral*, G. Dupeux, A. Le Goff, D. Quéré et C. Clanet, New Journal of Physics 12 (2010) 093004 [8].

À l'aide de ces données, on peut trouver pour chacun des sports la longueur caractéristique de freinage l_c et l'échelle caractéristique relative à la gravité $\frac{U_0^2}{g}$. En comparant ces deux grandeurs, on peut identifier les sports dominés par les forces aérodynamiques (tennis de table, golf et tennis) des sports dominés par la gravité (basketball et handball). Entre ces deux catégories, on trouve les sports pour lesquels les forces aérodynamiques et la gravité jouent un rôle comparable (football, volleyball et baseball). On notera aussi que dans la première catégorie de sport, la rotation est systématiquement appliquée à la balle, alors que cet emploi est effectué occasionnellement dans la dernière catégorie, justement pour produire des trajectoires surprenantes.

On peut retrouver cet article dans sa version première, dans la revue de la Société Française de Physique <https://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/foot-trajectoires-Reflets-phy.xml> - Version du 31/10/24

« [Reflets de la physique](#) ».

RÉFÉRENCES

- [1] [Ball court design dates back 3,400 years](#), W.D. Hill, M. Blake et J.E. Clark, Nature 392 (1998) 878. Lien vers l'article en pdf sous ResearchGate : [Ball court design dates back 3,400 years](#).
- [2] [Skill and Chance in Association Football](#), C. Reep et B. Benjamin, Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General) 131 (1968) 581-585. Lien vers l'article en pdf sous vdolement : [Skill and Chance in Association Football](#).
- [3] The physics of sports, A. Armenti (ed.), AIP-Press, Springer-Verlag (1992).
- [4] [Mécanique des fluides des balles de sport](#), F. Gallaire, Laboratoire de mécanique des fluides et instabilités, EPFL.
- [5] [Unsteady Understanding Aerodynamic Drag](#), The Efficient Engineer, You Tube, visionné en mars 2023.
- [6] [Unsteady Understanding Aerodynamic Lift](#), The Efficient Engineer, You Tube, visionné en mars 2023.
- [7] [Unsteady Aerodynamic Force on a Knuckleball in Soccer](#), S. Hong, C. Chung, M. Nakayama et T. Asai, Procedia Engineering 2 (2010) 2455-2460. Lien vers l'article en pdf sous ResearchGate : [Unsteady Aerodynamic Force on a Knuckleball in Soccer](#).
- [8] [The spinning ball spiral](#), G. Dupeux, A. Le Goff, D. Quéré et C. Clanet, New Journal of Physics 12 (2010) 093004.
- [9] [Roberto Carlos Free-Kick](#), János Kiss, You Tube.