DM2 – 30/11/2026

Consignes

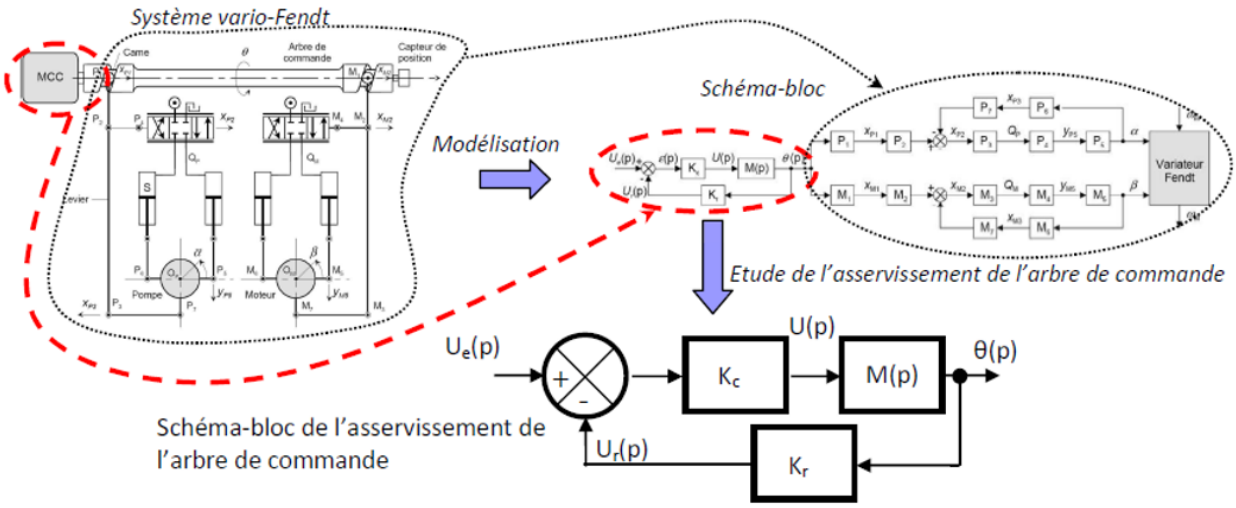
- Copies propres et bien présentées: encadrer vos résultats, souligner les applications numériques (avec une règle bien sûr)...
- Les devoirs sont **individuels**. Je suis disponible pour répondre à vos questions.
- **Aucun retard ne sera accepté.**
- Ne pas oublier de rendre les Documents Réponses (DR) (sans le reste du sujet), avec vos noms. Même s'ils ne sont pas remplis.

1 | Étude de l'asservissement d'un arbre de commande de transmission

1.1 Introduction

Le thème proposé concerne la transmission à variation continue développée par la société Fendt qui équipe les gammes de tracteurs "Fendt 300 Vario" à "Fendt 900 Vario". On s'intéresse ici plus particulièrement à l'asservissement de positon de l'arbre de commande de cette transmission modélisé sur le schéma.





Sur un engin agricole, la transmission à variation continue remplace les fonctions de l'ensemble boite de vitesse à commande manuelle + embrayage que l'on retrouve classiquement sur la plupart

des voitures. On ne peut pas utiliser la solution boite de vitesse à commande manuelle + embrayage car l'énergie cinétique d'un engin agricole n'est pas suffisante pour permettre le passage d'une vitesse (fonction de la boite de vitesse) par désaccouplement de l'arbre moteur (fonction de l'embrayage) sans caler. La transmission à variation continue permet donc d'adapter de façon optimale la vitesse d'avancement du tracteur en fonction de ses conditions d'utilisation sans avoir à désaccoupler le moteur du reste de la chaîne de transmission de puissance. Pour commander le variateur, le conducteur dispose au sein de la cabine d'un joystick. Celui-ci permet d'agir sur l'inclinaison d'éléments hydrostatiques par l'intermédiaire d'un moteur à courant continu asservi en position entraînant un arbre de commande à came.
On donne le modèle de connaissance de l'asservissement de l'arbre moteur du système vario-Fendt :

$$u(t) = Ri(t) + K_e \frac{d\theta(t)}{dt}$$
$$J_e \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = K_a i(t)$$

Avec :
- $u(t)$ la tension appliquée aux bornes du moteur ;
- $i(t)$ le courant induit ;
- R la résistance de l'induit avec $R = 2\Omega$;
- J_e l'inertie de l'arbre de commande avec $J_e = 6,25.10^{-4} kg.m^2$;
- K_e la constante de force contre électromotrice avec $K_e = 0,05 V.s/rad$;
- K_a la constante de couple avec $K_a = 0,05 Nm/A$.

On utilisera les notations et les données suivantes :
- K_c le gain du correcteur à action proportionnelle ;
- $K_r = 2V/rad$ le gain du capteur de position monté sur l'arbre de commande ;
- $M(p)$ fonction de transfert du moteur.

On donne un extrait du cahier des charges :

Exigences	**Critères**	**Niveaux**
Le système doit permettre l'asservissement en position de l'arbre de commande du système Vario-Fendt	Temps de réponse pour une entrée en échelon	<1 s

1.2 Première approche

Question 1 : Déterminer la fonction de transfert du moteur électrique $M(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)}$ et montrer qu'elle peut se mettre sous forme canonique $M(p) = \frac{K_m}{p(1+\tau_m p)}$. Donner les expressions de K_m et τ_m et faire les applications numériques.

Question 2 : Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p)$ du système et en déduire l'expression du gain en boucle ouvert K_{BO}.

Question 3 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $F(p)$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre.
Donner les expressions de ξ, ω_0 et de son gain K_{BF} en fonction de K_{BO} et τ_m.

Question 4 : Déterminer la valeur du gain de boucle ouverte K_{BO} de telle sorte que la réponse à une entrée de type échelon soit la plus rapide possible sans produire de dépassement. En déduire la valeur du gain K_c de l'action proportionnelle du correcteur.

Question 5 : Montrer qu'avec la valeur de K_c choisie précédemment, la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme $F(p) = \frac{K_{BF}}{(1+pT)^2}$. Donner les expressions de K_{BF} et T et faire les applications numériques.

La figure 1 du document réponse 1 montre la réponse temporelle du moteur à un échelon d'amplitude 2 V. Pour les lectures graphiques, tracer directement sur les documents réponses et **laisser visibles les traits de construction**.

Question 6 : Déterminer graphiquement le temps de réponse à 5% du système sur la figure 1 du document réponse 1.

Question 7 : Conclure quant à l'exigence de rapidité du cahier des charges.

1.3 Amélioration de l'asservissement

Afin d'améliorer les performances, des modifications ont été apportées à l'asservissement. La figure 2 du document réponse 2 montre la réponse temporelle du moteur à un échelon d'amplitude 2 V après modification.
Les abaques du document réponse 3 sont à utiliser pour les lectures demandées. **Conserver tous les traits de construction** sur la figure et sur les abaques.

Question 8 : À partir de la figure 2 du document réponse 2, préciser, en justifiant, l'ordre de la fonction de transfert du système.

Question 9 : Déterminer graphiquement le coefficient d'amortissement ξ à partir de la figure 2 du document réponse 2 et de l'abaque des dépassements du document réponse 3. Laisser les constructions apparentes.

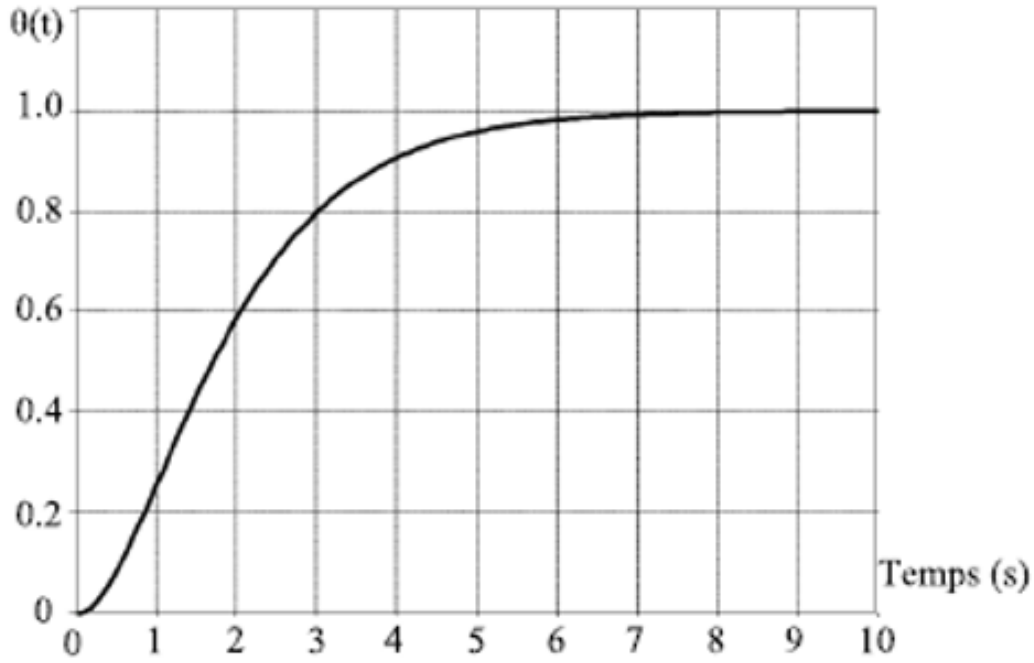
Question 10 : Déterminer par la calcul la valeur du coefficient d'amortissement en utilisant la formule $D_n = e^{-\frac{n\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$, où D_n correspond à la valeur du *n-ième* dépassement. Faire le calcul pour deux dépassements différents.

Question 11 : À partir de la figure 2 du document réponse 2 et de la formule $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$, où T_p est la pseudo-période, déterminer la pulsation propre non amortie ω_0.

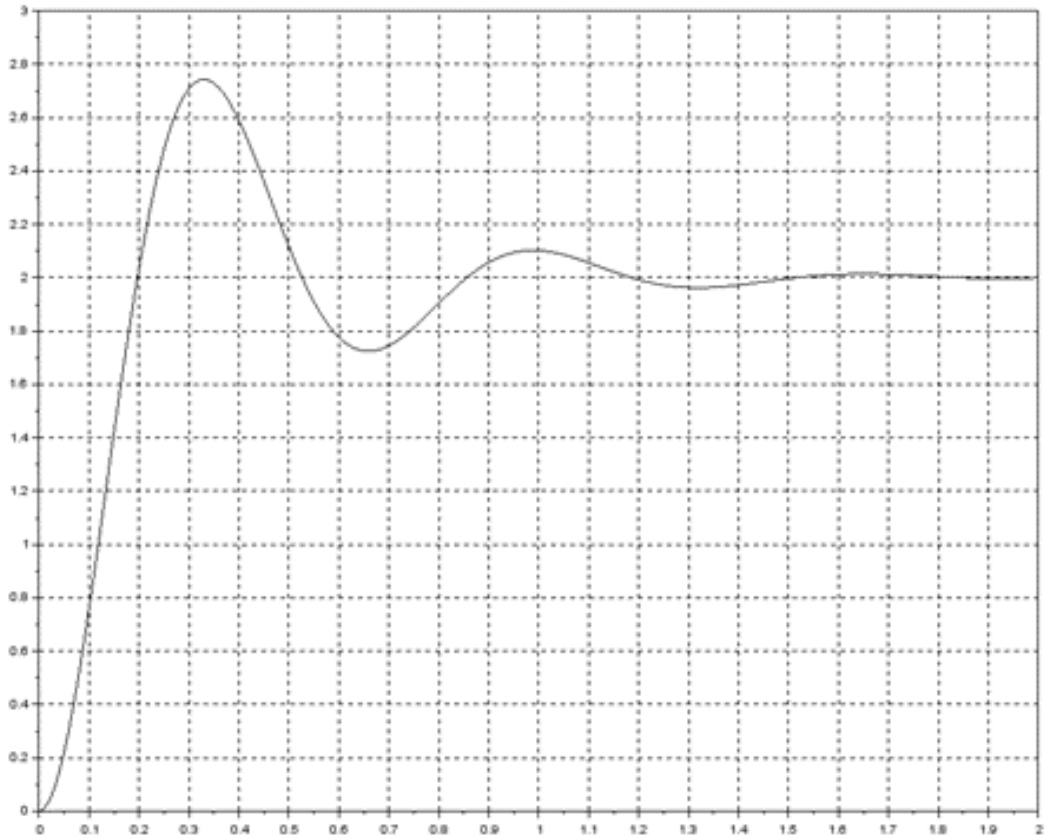
Question 12 : Déterminer le temps de réponse à 5% à l'aide de l'abaque du temps de réponse réduit du document réponse 3. Laisser les constructions apparentes.

Nom Prénom :

Document Réponse 1 — Figure 1 – Réponse temporelle initiale — Q. 6

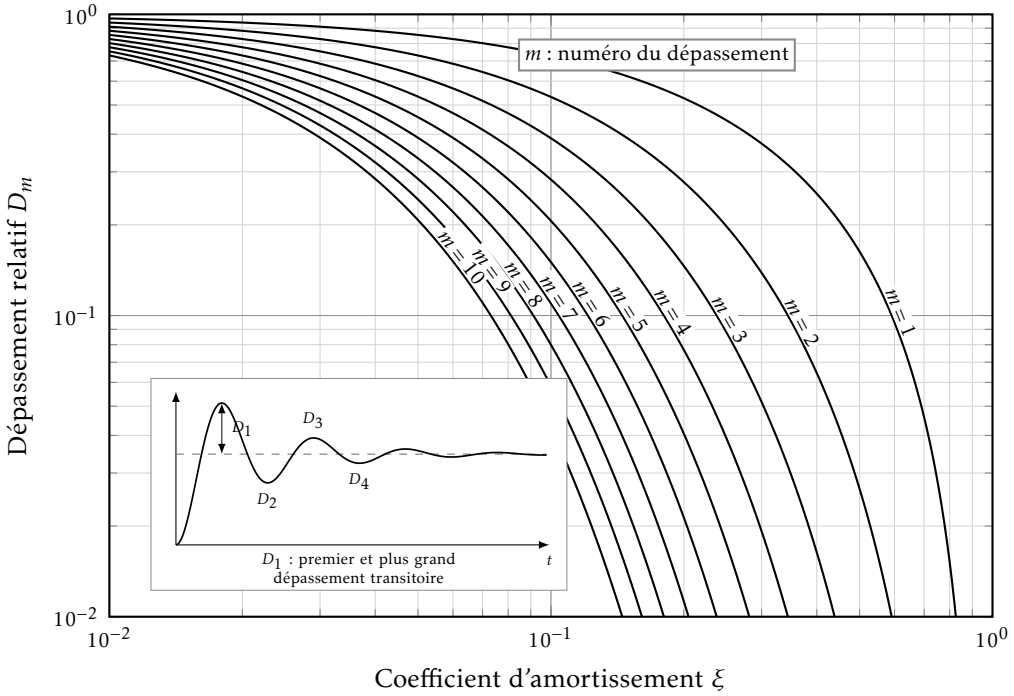


Document Réponse 2 — Figure 2 – Réponse temporelle après modification — Q. 8, 9, 11



Document Réponse 3 — Abaques du second ordre — Q. 9, 12

Dépassements transitoires



Temps de réponse réduit à 5 %

