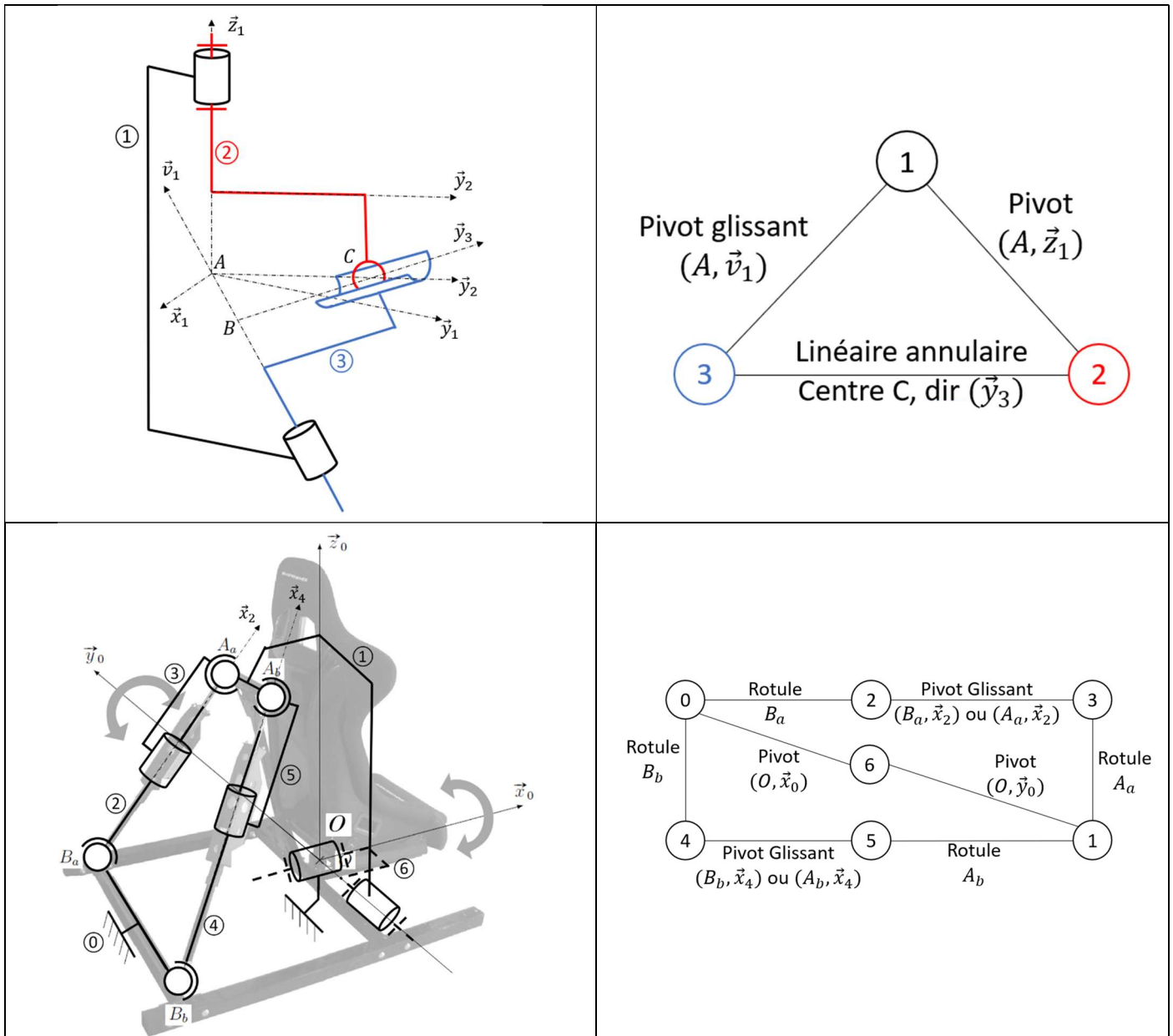


Exercices de base

Graphe des liaisons :

Pour chacun des schémas cinématiques suivants, réaliser le graphe des liaisons.



Calculs vectoriels

Q1. Réaliser les produits scalaires suivants

1	$\vec{z}_0 \cdot \vec{z}_3 = \cos \theta$
2	$\vec{y}_2 \cdot \vec{x}_3 = \sin \varphi$
3	$\vec{z}_3 \cdot \vec{y}_1 = -\sin \theta$
4	$\vec{y}_2 \cdot \vec{x}_0 = (\cos \theta \vec{y}_1 + \sin \theta \vec{z}_0) \cdot \vec{x}_0$ $\vec{y}_2 \cdot \vec{x}_0 = \cos \theta \vec{y}_1 \cdot \vec{x}_0 + \sin \theta \vec{z}_0 \cdot \vec{x}_0$ $\vec{y}_2 \cdot \vec{x}_0 = -\sin \psi \cos \theta$
5	$\vec{y}_3 \cdot \vec{y}_1 = (\cos \varphi \vec{y}_2 - \sin \varphi \vec{x}_1) \cdot \vec{y}_1$ $\vec{y}_3 \cdot \vec{y}_1 = \cos \varphi \vec{y}_2 \cdot \vec{y}_1 - \sin \varphi \vec{x}_1 \cdot \vec{y}_1$ $\vec{y}_2 \cdot \vec{x}_0 = \cos \theta \cos \varphi$
6	$\vec{x}_0 \cdot \vec{y}_3 = (\cos \psi \vec{x}_1 - \sin \psi \vec{y}_1) \cdot (\cos \varphi \vec{y}_2 - \sin \varphi \vec{x}_1)$ $\vec{x}_0 \cdot \vec{y}_3 = \cos \varphi \cos \psi \vec{x}_1 \cdot \vec{y}_2 - \sin \varphi \cos \psi \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_1 - \cos \varphi \sin \psi \vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2 + \sin \varphi \sin \psi \vec{y}_1 \cdot \vec{x}_1$ $\vec{x}_0 \cdot \vec{y}_3 = -\sin \varphi \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi \cos \theta$



On pose

$$\overrightarrow{OA} = a\vec{y}_1; \overrightarrow{AB} = b\vec{y}_2; \overrightarrow{BC} = c\vec{x}_3$$

Q2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{OB}$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{OB} = a\vec{y}_1 + b\vec{y}_2$$

$$\overrightarrow{OB} = (a + b \cdot \cos \theta)\vec{y}_1 + b \cdot \sin \theta \vec{z}_0$$

Q3. Déterminer les conditions sur les paramètres pour que $\overrightarrow{AB}$ soit orthogonal à $\overrightarrow{BC}$
 $\overrightarrow{AB}$ soit orthogonal à $\overrightarrow{BC}$ implique

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$b\vec{y}_2 \cdot c\vec{x}_3 = 0$$

$$b \cdot c \cdot \sin \varphi = 0$$

Donc

$$\begin{cases} b = 0 \\ \text{ou } c = 0 \\ \text{ou } \varphi = 0[\pi] \end{cases}$$

Remarque 1 : les deux premiers cas ont peu d'intérêt.

Q4. Donner l'expression de $\|\overrightarrow{OC}\|$.

$$\|\overrightarrow{OC}\|^2 = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OC}$$

$$\|\overrightarrow{OC}\|^2 = (a\vec{y}_1 + b\vec{y}_2 + c\vec{x}_3) \cdot (a\vec{y}_1 + b\vec{y}_2 + c\vec{x}_3)$$

$$\|\overrightarrow{OC}\|^2 = a^2 \underbrace{\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_1}_1 + b^2 \underbrace{\vec{y}_2 \cdot \vec{y}_2}_1 + c^2 \underbrace{\vec{x}_3 \cdot \vec{x}_3}_1 + 2ab \underbrace{\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2}_{\cos \theta} + 2ac \vec{y}_1 \cdot \vec{x}_3 + 2bc \underbrace{\vec{y}_2 \cdot \vec{x}_3}_{\sin \varphi}$$

Or

$$\vec{y}_1 \cdot \vec{x}_3 = \vec{y}_1 \cdot (\cos \varphi \vec{x}_1 + \sin \varphi \vec{y}_2) = \sin \varphi \cos \theta$$

Donc

$$\|\overrightarrow{OC}\|^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \theta + 2ac \sin \varphi \cos \theta + 2bc \sin \varphi$$

$$\|\overrightarrow{OC}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \theta + 2ac \sin \varphi \cos \theta + 2bc \sin \varphi}$$

On peut factoriser un peu mais ça n'apporte pas grand-chose.