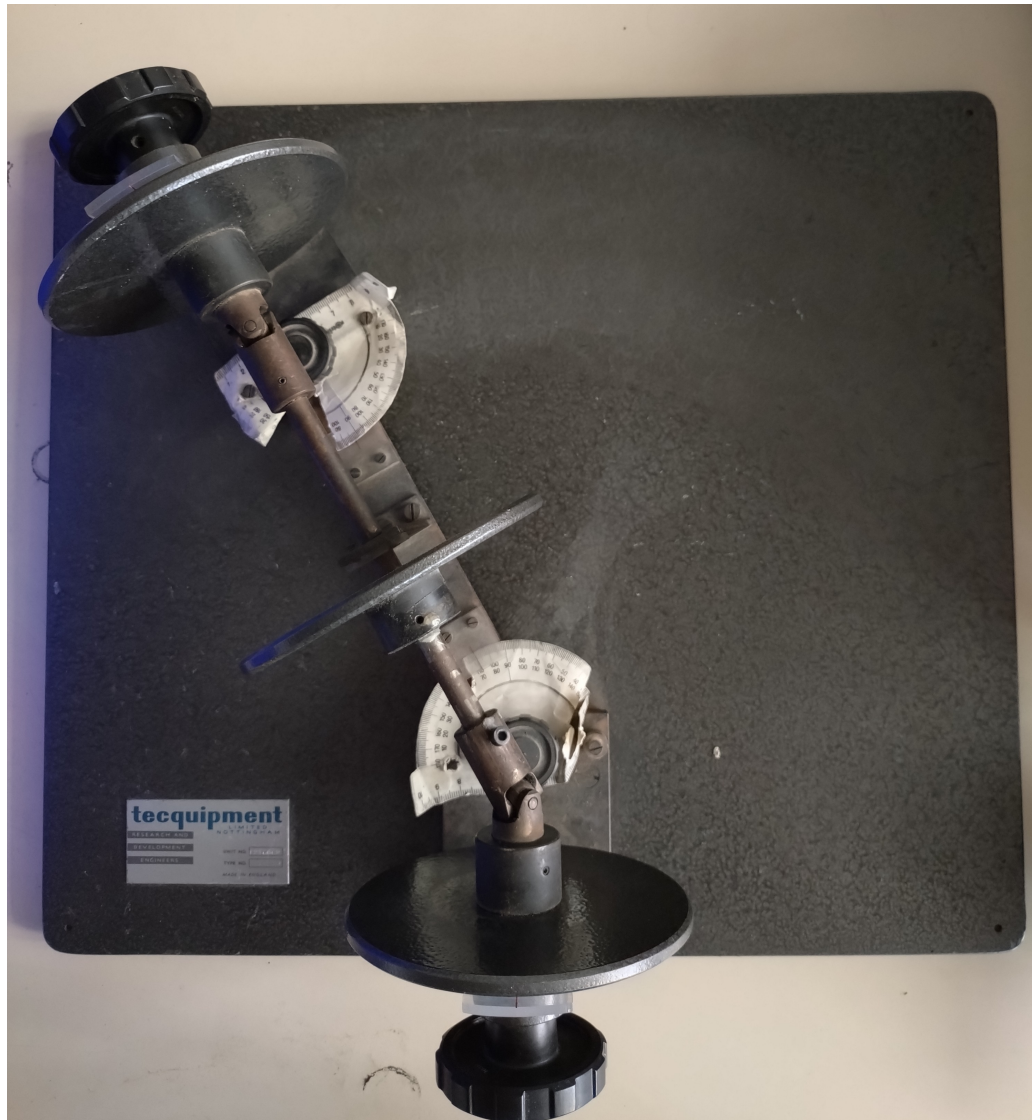




Joint de Cardan



Objectif : réaliser l'étude géométrique du système selon trois approches :

- théorique;
- expérimentale;
- numérique.

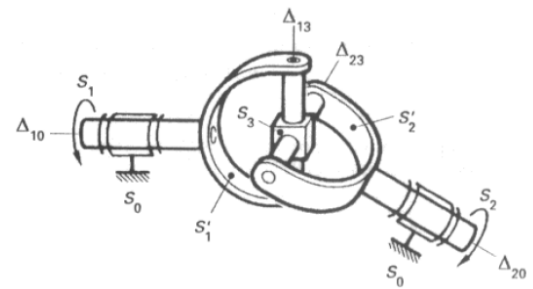
Les attendus sont majoritairement de comparer ces résultats et d'identifier les causes d'écarts éventuels.

1 | Présentation

Le but du joint de cardan est de transmettre de la puissance entre deux arbres **concourants** et dont la disposition relative peut varier en cours de fonctionnement.

Le joint de cardan répond au problème suivant :

Un arbre moteur S_1 lié au bâti S_0 par une liaison pivot d'axe Δ_{10} doit entraîner un arbre S_2 lui-même en liaison pivot d'axe Δ_{20} par rapport à S_0 . On est dans la situation simple où Δ_{10} et Δ_{20} sont concourants et donc coplanaires mais non alignés. Le plan contenant les axes est appelé plan de brisure et l'angle α entre les axes est appelé angle de brisure. Il peut atteindre en fonctionnement normal 40° .



Le joint de cardan comprend deux pièces $S'1$ et $S'2$ (fourchettes) liées rigidement respectivement aux arbres S_1 et S_2 et une pièce intermédiaire S_3 (croisillon) en liaisons pivots (ou liaisons pivots glissant) d'axes Δ_{13} et Δ_{23} respectivement par rapport aux fourchettes $S'1$ et $S'2$.

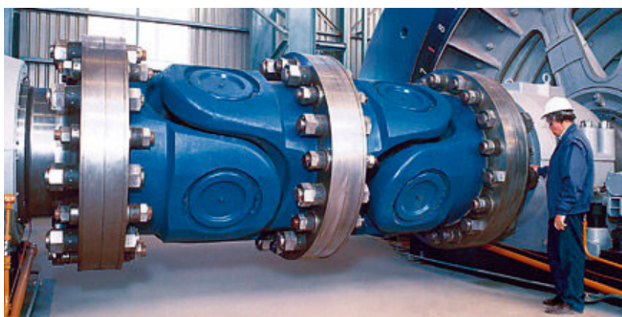
Les liaisons peuvent comporter des roulements à billes selon la gamme de puissance d'utilisation.

1.1 Exemples d'utilisation du cardan

Robotique : hexapodes hydrauliques



Industrie : arbres de transmission de puissance



2 | Étude expérimentale

On ne considère qu'en joint de cardan, celui entre la partie fixe et la partie mobile. Faire en sorte que le second joint de cardan ait un angle de brisure nul. Les manipulations consistent à fixer un angle de brisure, fixer un angle d'entrée et relever l'angle de sortie, à la main. Les manipulations suivantes mettent en place ces étapes.

2.1 Manipulation 1

Pour cette première manipulation, prendre un angle de brisure $\alpha = 25^\circ$.

- ⚙ Vous allez faire varier l'angle d'entrée sur un demi-tour (0 à 180°) avec un pas de 5° . Pour chaque position, relever l'angle d'entrée θ_1 et l'angle de sortie θ_2 .

Ouvrir le fichier python **TPc1 - Cardan - Etudiant.py**

- 🔗 Enregistrer vos valeurs dans deux listes python `Theta1_25` et `Theta2_25`.
- 🔗 Avant de les tracer, il peut être préférable de les convertir en type `array` de numpy pour pouvoir faire la différence, ou bien définir une nouvelle liste et la remplir avec une boucle.
- 🔗 Tracer sous python la courbe $(\theta_2 - \theta_1)$ en fonction de θ_1 .

2.2 Manipulation 2

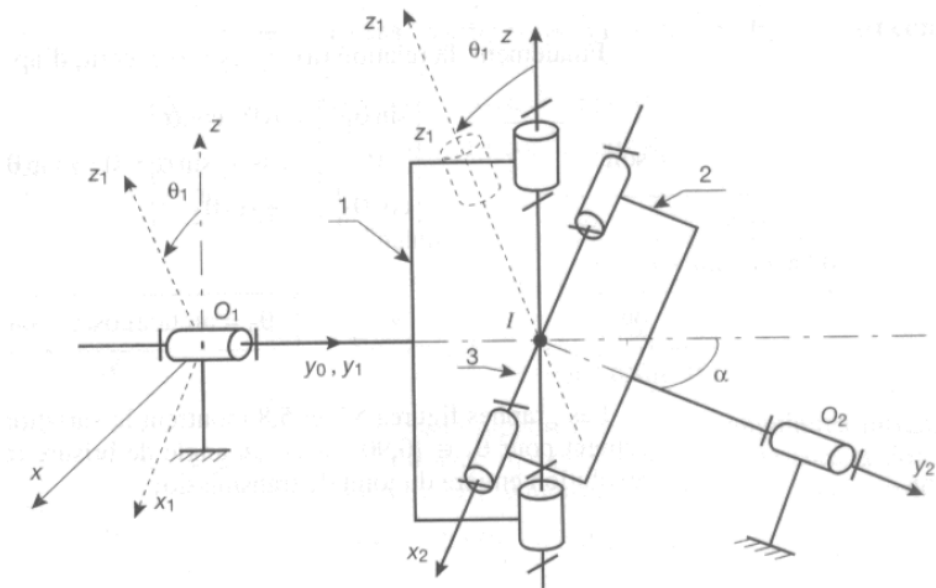
- ⚙ On reprend la même manipulation avec un angle de brisure de $\alpha = 40^\circ$.

3 | Étude théorique

L'objectif de cette étude est de déterminer la loi entrée sortie à partir de la modélisation qui est donnée.

3.1 Modélisation

Le paramétrage est donné sur le schéma cinématique ci-dessous :



La rotation de 1 par rapport à 0 autour de l'axe $(I, \vec{y}_0)$ est paramétrée par l'angle θ_1 . On passe de la base $(\vec{x}, \vec{y}_0, \vec{z})$ à la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

La brisure correspond à une rotation d'angle α constant autour de $(I, \vec{z})$. On passe de la base

$(\vec{x}, \vec{y}_0, \vec{z})$ à la base $(\vec{x}', \vec{y}_2, \vec{z})$.

La rotation de 2 par rapport à 0 autour de l'axe $(I, \vec{y}_2)$ est paramétrée par l'angle θ_2 . On passe de la base $(\vec{x}', \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ à la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.

Question 1 : Réaliser le graphe des liaisons du joint de cardan. Attention contrairement à la figure, il n'y a qu'une liaison pivot entre 1 et 3 ainsi qu'entre 2 et 3.

Question 2 : Réaliser les 3 figures de changement de base définissant les angles θ_1 , θ_2 et α .

Question 3 : Peut-on réaliser une fermeture géométrique ?

Question 4 : Une pièce impose une relation géométrique entre deux vecteurs. La trouver et justifier le choix.

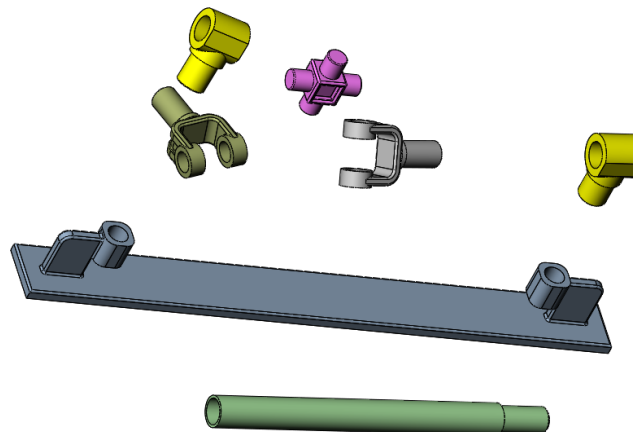
Question 5 : En déduire la relation entre les angles θ_1 , θ_2 et α .

-  Sous python, créer la fonction **CalculTheta2** qui prend en argument l'angle θ_1 et α et qui renvoie la valeur de θ_2 . *Attention ce n'est pas si simple à cause du domaine de validité d'une certaine fonction.*
-  Dans le **programme principal**, remplir deux liste `Theta2_25_th` et `Theta2_40_th` contenant les valeurs de θ_2 pour les valeurs de θ_1 de l'étude expérimentale avec respectivement $\alpha = 25^\circ$ et $\alpha = 40^\circ$.
-  Tracer sur les mêmes graphiques que pour l'étude expérimentale les courbes $(\theta_2 - \theta_1)$ en fonction de θ_1 pour les deux angles de brisure. *Vérifier les unités !*

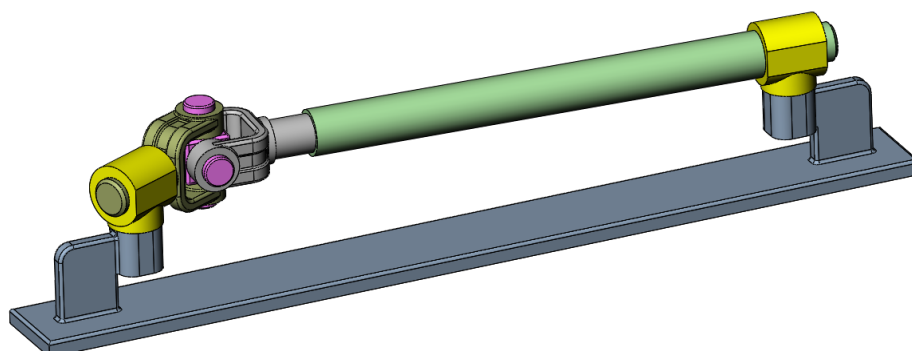
4 | Simulation numérique

4.1 Construction du modèle

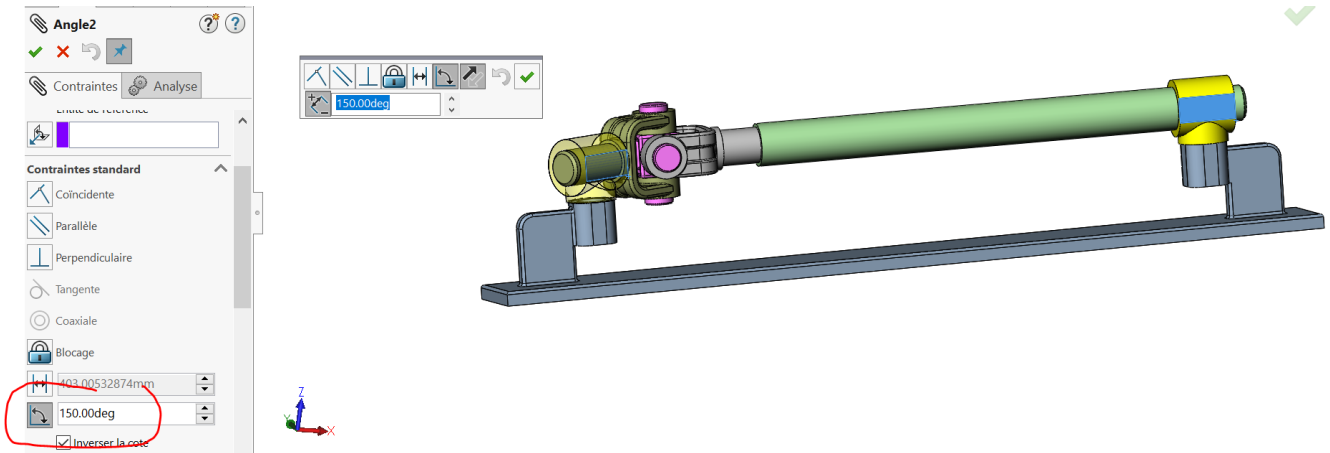
 Dans le répertoire Cardan(SW), ouvrir le fichier **cardan-à-monter.sldasm**, pour obtenir ceci :



 En tenant compte des liaisons à imposer, assembler le système comme ceci.

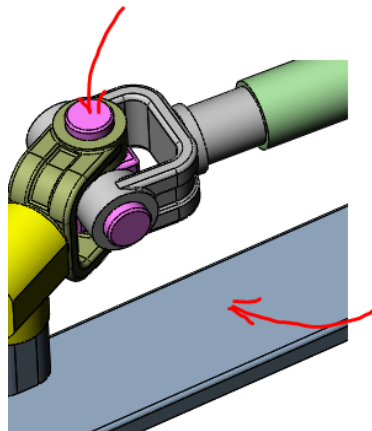


-  Il y a juste une contrainte de coaxialité entre le tube et le palier. Pour les autres, ce sont des pivots donc il faut une coaxialité et une coïncidence.
-  Attention, les deux méplats (faces planes) sur les pièces jaunes doivent être du même côté.
-  Pour définir l'angle de brisure, nous allons ajouter une contrainte angulaire entre les deux méplats



Enfin pour avoir le même angle θ_1 entre la simulation et la théorie :

-  Créer une contrainte de parallélisme entre les deux plans indiqués sur l'image ci-dessous et clic droit, supprimer .



-  Passez sous **Meca3D**.
-  Cliquer sur **Mécanisme** puis **Construction automatique**. Si tout s'est bien passé, vous devriez avoir 7 liaisons (1 pivot glissant et 6 pivots). Si ce n'est pas le cas, retourner dans les contraintes pour faire en sorte que ce soit le cas...

Lors de l'analyse, il devrait y avoir 3 degrés de liberté. Il faut :

-  Bloquer (mettre une vitesse nulle) la rotation de la pièce jaune coté cardan par rapport au bâti.
-  Bloquer la rotation du tube vert par rapport à la fourche grise.
-  Imposer une rotation à la rotation de la pivot entre le tube et le palier.
-  Dans la contrainte angulaire, fixer un angle de 40° . Faire une simulation telle que le tube réalise une rotation d'un demi-tour.
-  Créer la **courbe multiple** donnant de l'angle d'entrée et de l'angle de sortie en fonction du temps.

-  Récupérer ces données de cette première simulation dans un fichier texte.

⚙️ Faire une copie de ce fichier puis l'ouvrir et le préparer pour Python.

SW Faire une deuxième simulation en prenant un angle de brisure de 25°.

SW Faire de même que pour la première simulation.

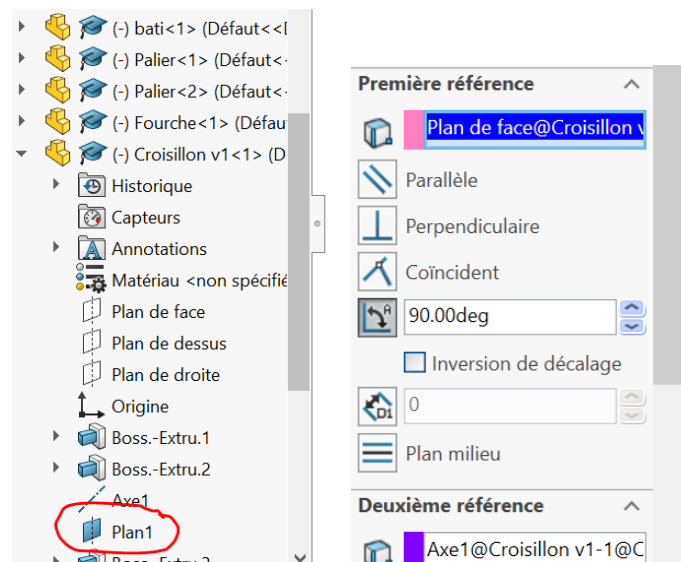
4.2 Influence de la perpendicularité

On veut voir dans cette partie l'influence d'une erreur de perpendicularité entre les axes du croisillon sur la loi entrée-sortie.

SW Dans l'arborescence à gauche, « développer » le croisillon v1 puis faire un clic droit sur plan1 et éditer la fonction.

SW On a fixé une contrainte de 90° par rapport à l'autre axe. Changer cette valeur, prenez par exemple 85° puis reconstruire le système. *Il est alors nécessaire de supprimer la contrainte Coïncidente entre la fourche concernée et le croisillon puis relancer une construction automatique pour trouver 5 liaisons pivot et 2 pivot glissant.*

SW Refaire une simulation avec un angle de brisure de 40° et sauvegarder vos résultats.



5 | Bilan

Objectif : Comparer les résultats.

5.1 Exportation des resultats de simulation

- ✚ A l'aide de la fonction `donneesSldW`, à modifier au besoin, extraire les données des trois simulations.
- ✚ Avant de les tracer, il peut être préférable de les convertir en type `array` pour pouvoir faire la différence, ou bien définir une nouvelle liste.

5.2 Comparaison des résultats

- ✚ Tracer sur un même graphique les courbes qui donne $(\theta_2 - \theta_1)$ en fonction de θ_1 issues des études expérimentales, théoriques et numériques pour les deux angles de brisures 25° et 40° .

Question 6 : Comparer vos courbes. En particulier, identifier si l'angle de sortie est égal à chaque instant à l'angle d'entrée.

- ✚ Tracer la même courbe lorsqu'il y a un défaut de perpendicularité. Qu'en pensez-vous ?

5.3 Pour aller plus loin

Sur les photos de la page 2, on réalise des arbres de transmission en utilisant 2 joints de cardan. On veut, dans ces transmissions avoir un angle de sortie égal à l'angle d'entrée à chaque instant (ie : homocinétisme).

Question 7 : Comment doivent être montés les joints pour avoir cet homocinétisme.

Question 8 : Changer le second angle de brisure pour mettre en place cet homocinétisme et le prouver par des mesures.