DS1 - correction

Consignes

- Copies propres et bien présentées: encadrer vos résultats, souligner les applications numériques (avec une règle bien sûr)...
- Uniquement la calculatrice est autorisée.
- Les exercices sont indépendants.
- Ne pas oublier de rendre les Documents Réponses (DR) (sans le reste du sujet), avec vos noms. Même s'ils ne sont pas remplis.

Table des matières

1 Piano numérique **2**

2 Changements de base **2**

2.1 Savoir réaliser une figure de changement de base 2

2.2 Savoir utiliser une figure de changement de base 3

3 Actionneur fusée VEGA **4**

4 Manège de fête foraine **6**

4.1 Présentation 6

4.2 Commander l'élévation du manège 6

4.2.1 Étude cinématique du système d'élévation 6

5 Moteur hydraulique **7**

6 Robot à câbles RC-4 **8**

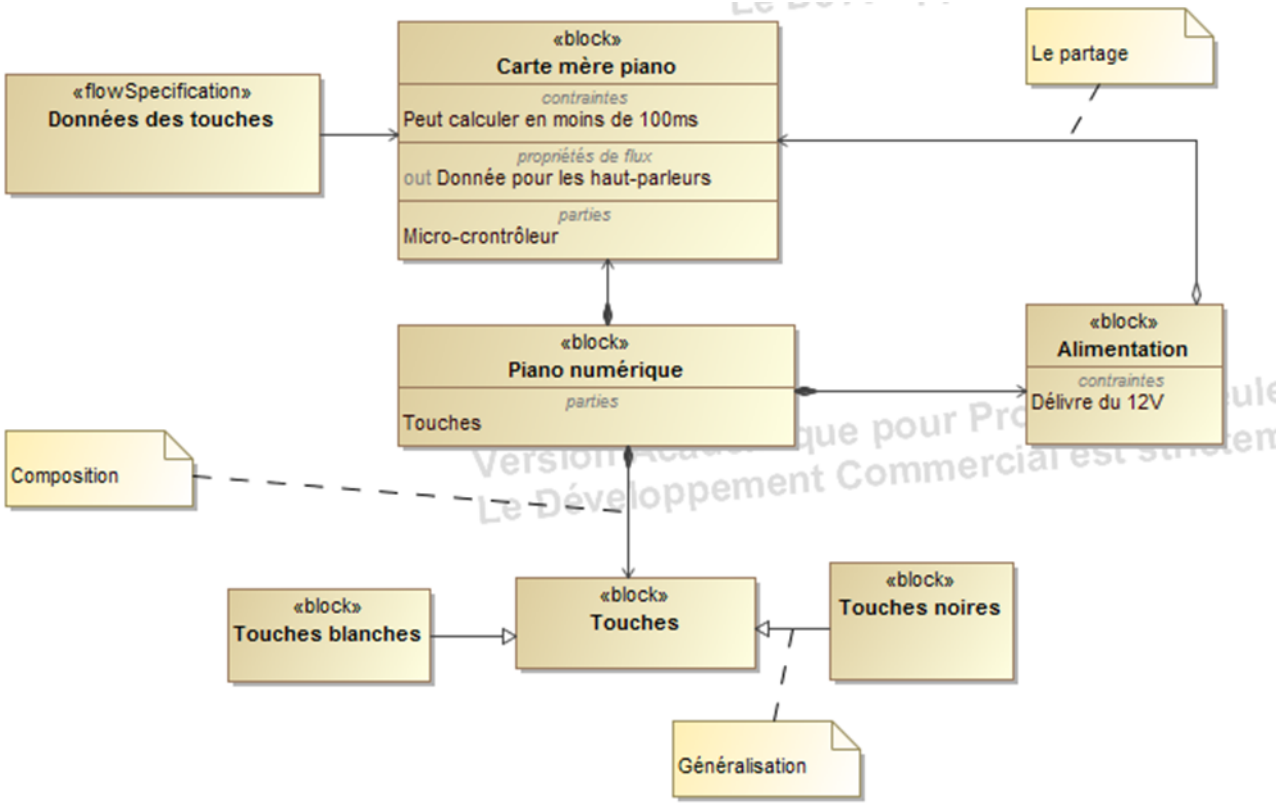
1 | Piano numérique

Un piano numérique est un instrument électronique conçu pour reproduire le son et le toucher d'un piano acoustique. Contrairement au piano classique, il n'a pas de cordes, les sons sont générés numériquement via l'appui sur les touches noires comme les blanches.
Il est généralement plus léger, moins encombrant et plus abordable qu'un piano acoustique même s'il nécessite une alimentation électrique. En revanche, le piano classique offre une richesse acoustique et une résonance naturelle que les modèles numériques, même très avancés, n'égalent pas totalement.



Question 1 : Compléter le diagramme de définition des blocs du document réponse 1 pour les blocs sans nom.

Réponse 1 :



2 | Changements de base

2.1 Savoir réaliser une figure de changement de base

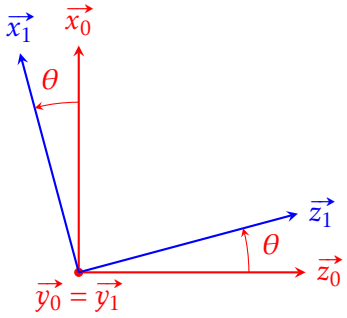
Question 2 : Réaliser les figures de changement de base pour les transformations définies ci-dessous.

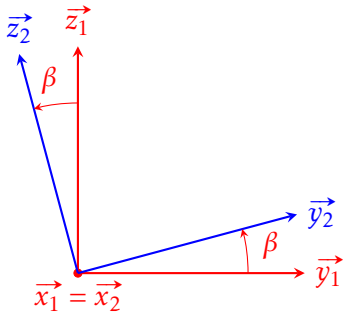
$$(\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0}) \xrightarrow[\theta]{\vec{y_0}} (\vec{x_1}, \vec{y_0}, \vec{z_1})$$

C'est à dire $\theta = (\vec{x_0}, \vec{x_1}) = (\vec{z_0}, \vec{z_1})$.

$$(\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1}) \xrightarrow[\beta]{\vec{x_1}} (\vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$$

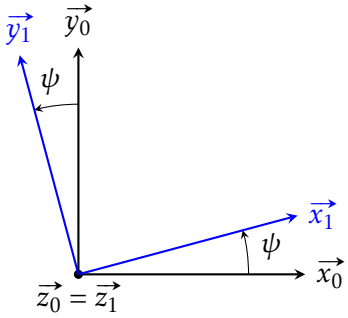
C'est à dire $\beta = (\vec{y_1}, \vec{y_2}) = (\vec{z_1}, \vec{z_2})$.
Réponse 2 :

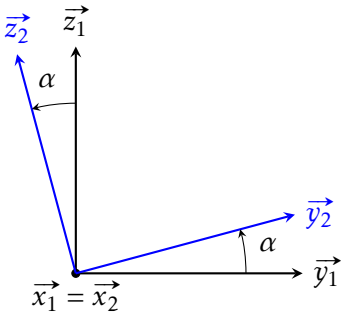




2.2 Savoir utiliser une figure de changement de base

Cette partie est indépendante de la précédente.





Question 3 : Exprimer les vecteurs de la base $\mathcal{B}_1 = (\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ dans la base $\mathcal{B}_0 = (\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$.
Réponse 3 : $\boxed{\vec{x_1} = cos(\psi)\vec{x_0} + sin(\psi)\vec{y_0} \text{ et } \vec{y_1} = -sin(\psi)\vec{x_0} + cos(\psi)\vec{y_0} \text{ et } \vec{z_0} = \vec{z_1}}$.

Question 4 : Exprimer $\vec{z_2}$ dans la base $\mathcal{B}_0 = (\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$.
Réponse 4 : Comme $\vec{z_2}$ n'est pas sur la même figure que $\mathcal{B}_0$, il faut d'abord décomposer $\vec{z_2}$ dans $\mathcal{B}_1$:
$\vec{z_2} = -sin(\alpha)\vec{y_1} + cos(\alpha)\vec{z_1}$
Comme $\vec{z_1} = \vec{z_0}$, il suffit de remplacer $\vec{y_1}$:
$\boxed{\vec{z_2} = -sin(\alpha)(-sin(\psi)\vec{x_0} + cos(\psi)\vec{y_0}) + cos(\alpha)\vec{z_0}}$.

Question 5 : *Calculer*, ou lire, les produits scalaires suivants :

(a) $\vec{y_1}.\vec{y_0}$
(b) $\vec{x_2}.\vec{y_1}$
(c) $\vec{z_1}.\vec{x_0}$
(d) $\vec{z_2}.\vec{y_0}$

Réponse 5 : Cela revient à projeter. On peut aussi faire les produits scalaires par leur définition mathématique.

(a) $\boxed{\vec{y_1}.\vec{y_0} = \cos\psi}$

(b) $\boxed{\vec{x_2}.\vec{y_1} = 0}$

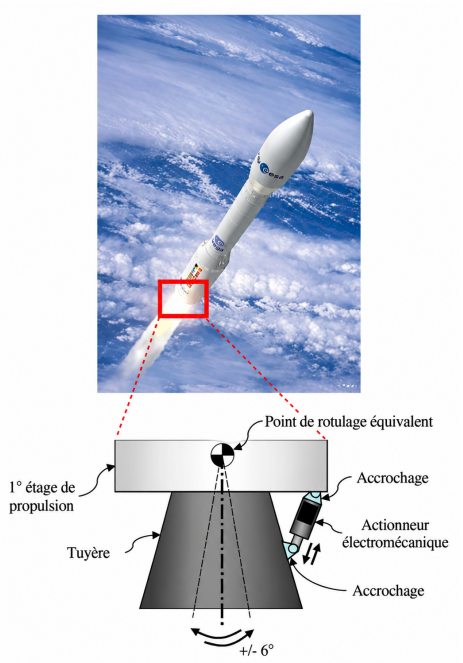
(c) $\boxed{\vec{z_1}.\vec{x_0} = 0}$

(d) Les deux vecteurs ne sont pas sur la même figure, il faut décomposer (projeter) :
$\vec{z_2}.\vec{y_0} = (-sin(\alpha)(-sin(\psi)\vec{x_0} + cos(\psi)\vec{y_0}) + cos(\alpha)\vec{z_0}).\vec{y_0}$ soit $\boxed{\vec{z_2}.\vec{y_0} = -\sin(\alpha)\cos(\psi)}$.

3 | Actionneur fusée VEGA

Le développement du lanceur européen VEGA a démarré en 1998 et s'est achevé en 2011. Ce projet répondait à une demande de mise en orbite basse et polaire, à coûts réduits, de satellites scientifiques ou d'observation de la terre, dont la masse peut aller jusqu'à 2000 kg. On s'intéresse ici à l'Actionneur ElectroMécanique (EMA) de la tuyère de cette fusée.

Lors du programme de développement, la minimisation des coûts s'est appuyée sur l'implémentation de technologies avancées déjà disponibles et l'utilisation des installations des lanceurs Ariane. Cependant certaines parties ont fait l'objet d'innovation comme le système de contrôle vectoriel de poussée (en Anglais : «< Thrust Vector Control ») du premier étage de propulsion P80. D'une longueur de dix mètres, le P80 est chargé de 88 tonnes de propergol solide. Ceci lui permet de disposer d'une poussée maximale de 3000 kN et d'un temps de combustion de 107 secondes. Afin de bien contrôler la trajectoire de la fusée il est indispensable d'orienter très rapidement et très précisément la tuyère du P80. Alors que sur Ariane 5 le pilotage vectoriel de la poussée est assuré par des dispositifs à source de puissance de hydraulique, sur le P80 cette tâche est assurée par des dispositifs à source de puissance électrique (en Anglais : « Power By Wire »>).



On donne sur la Figure 1 la structure du système de l'actionneur sous la forme d'un diagramme de définition de blocs.

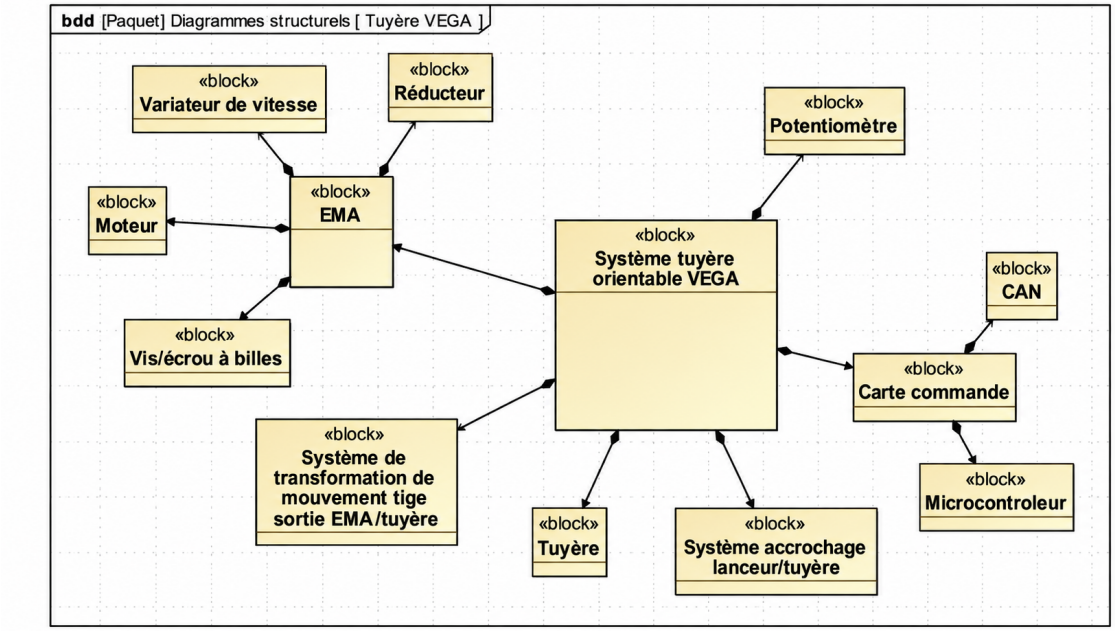
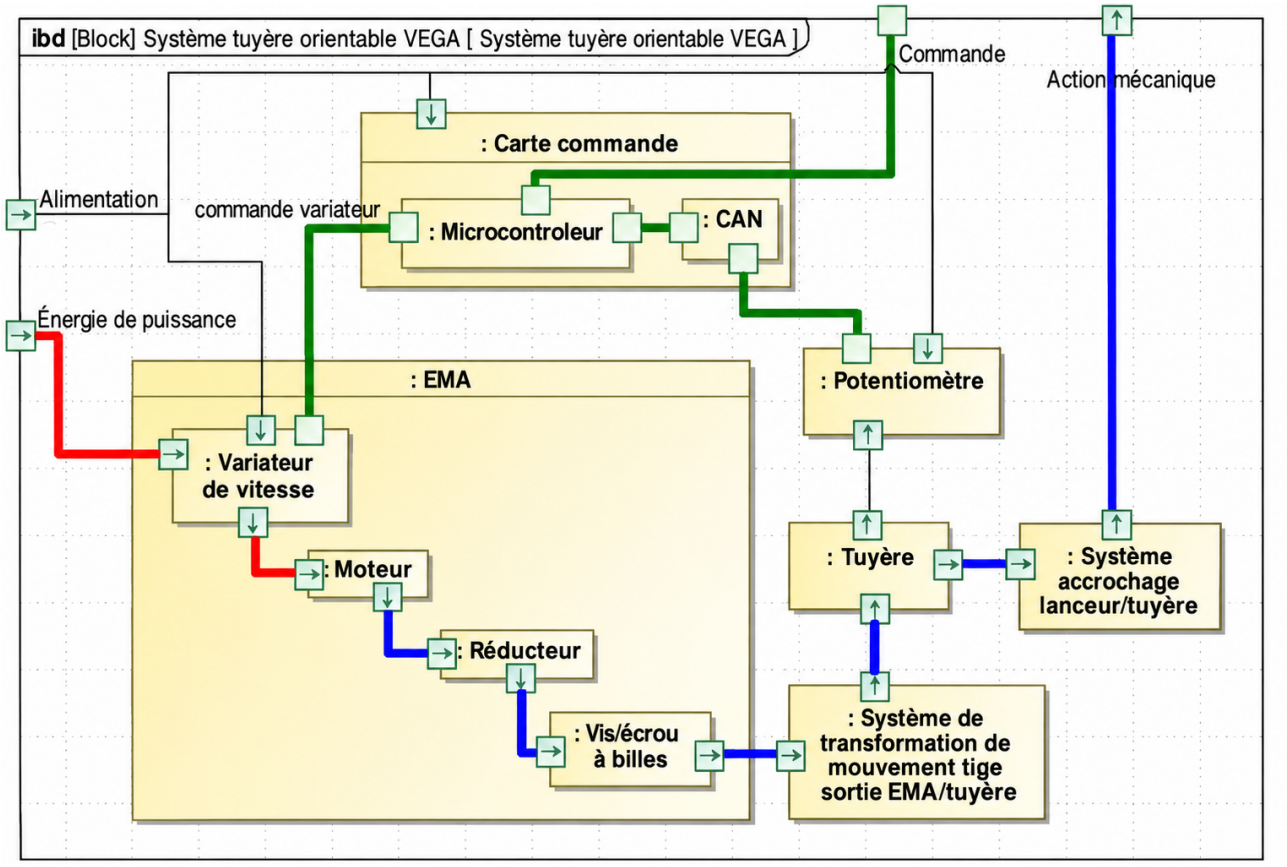


Figure 1 – Diagramme de définition des blocs

On donne sur le document réponse 2 le diagramme de bloc interne (ibd).

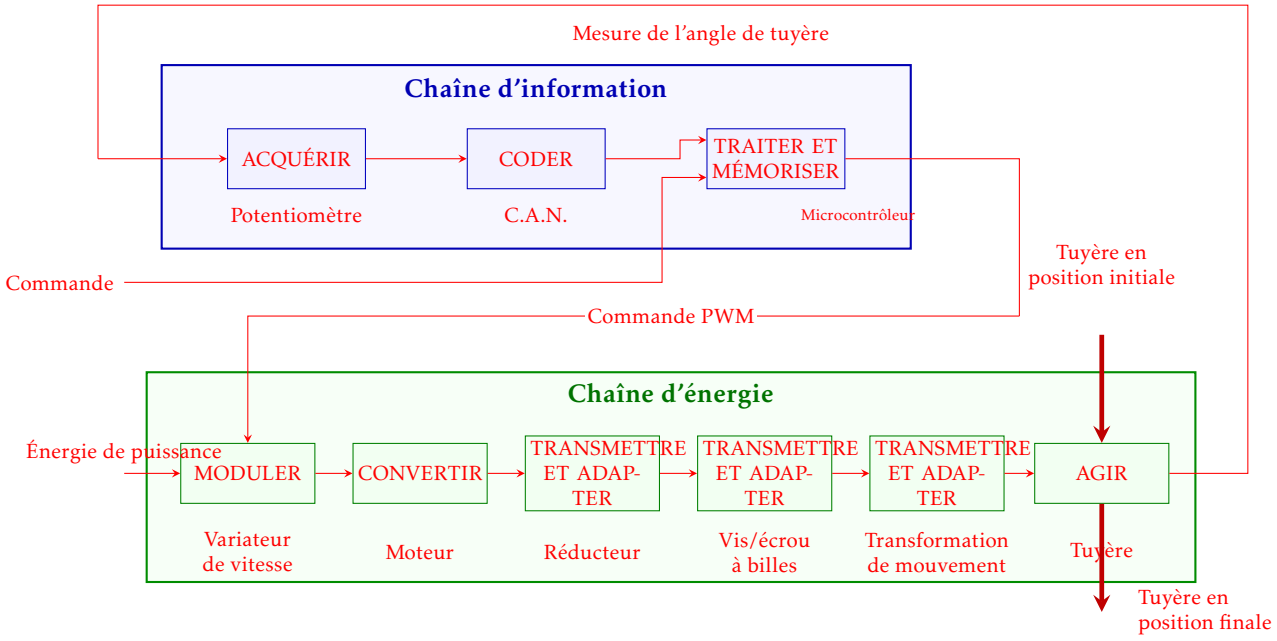
Question 6 : Sur le diagramme de bloc interne du document réponse 2, colorier en rouge les flux correspondants à l'énergie électrique de puissance, en bleu les flux correspondants à l'énergie mécanique de puissance et en vert les flux correspondants à l'énergie électrique d'information. *Il peut rester des traits en noir.*

Réponse 6 :



Question 7 : Compléter sur le document réponse 3, les chaînes fonctionnelles du système tuyère orientable VEGA.

Réponse 7 :



4 | Manège de fête foraine

4.1 Présentation

Le manège considéré est du même type que celui représenté ci-contre. Ce type d'attraction a pour but de faire subir aux passagers des accélérations qui ne leur sont pas familières. Les nacelles, transportant les amateurs de sensations, sont suspendus par le haut et peuvent basculer de gauche à droite. Une piste circulaire bosselée (dos d'âne) déplace les nacelles verticalement. Les effets psychologiques des accélérations varient selon leur intensité, leur durée, leur direction et leur sens d'application.



4.2 Commander l'élévation du manège

4.2.1 Étude cinématique du système d'élévation

Pour obtenir les accélérations verticales $\ddot{\lambda}$ du bras S_2, celui-ci est en contact avec une piste bosselée. Ceci permet de relier le mouvement de translation λ du bras à la rotation du corps du manège α. Le système d'entraînement du manège est défini sur le schéma cinématique Figure 2.

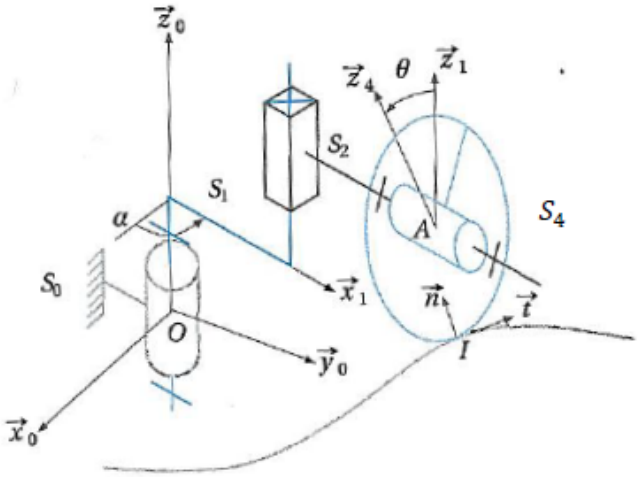
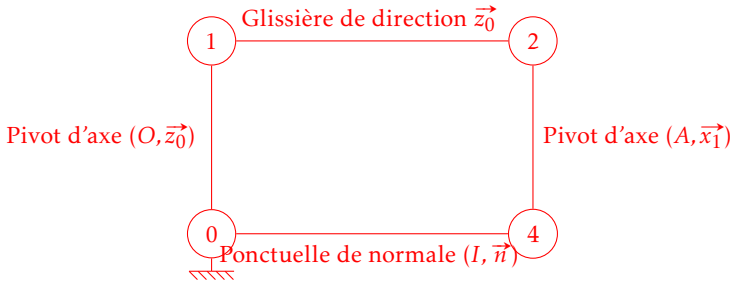


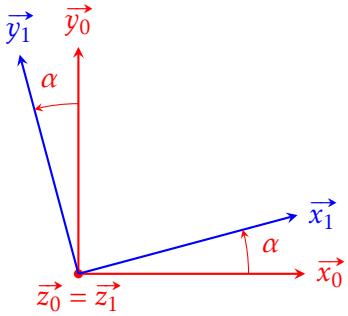
Figure 2 – Schéma cinématique du système d'élévation

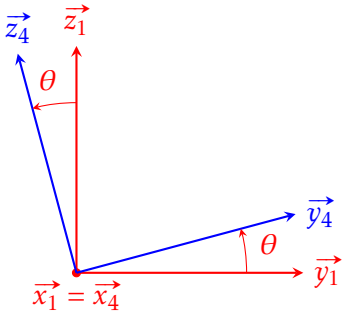
La roue S_4, en liaison pivot autour de l'axe $(A,\vec{x_1})$ avec le bras S_2, roule sur la piste au point de contact noté I. On note $\theta = (\vec{z_1},\vec{z_4}) = (\vec{y_1},\vec{y_4})$ l'angle de rotation de la roue. On pose $\vec{n}$ la normale à la surface de contact et $\vec{t}$ la tangente au contact. On note $\gamma = (\vec{z_1},\vec{n}) = (\vec{y_1},\vec{t})$ l'angle entre la normale au contact et la verticale. Les rotations θ et γ sont font donc par rapport à $\vec{x_1}$. On a également $\overrightarrow{OA} = L\vec{x_1} + \lambda\vec{z_0}$ et $\overrightarrow{IA} = R\vec{n}$.

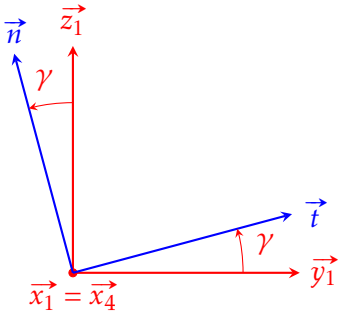
Question 8 : Donner les figures de changement de base pour les angles θ, γ et α, ainsi que le graphe de liaison du système.

Réponse 8 :





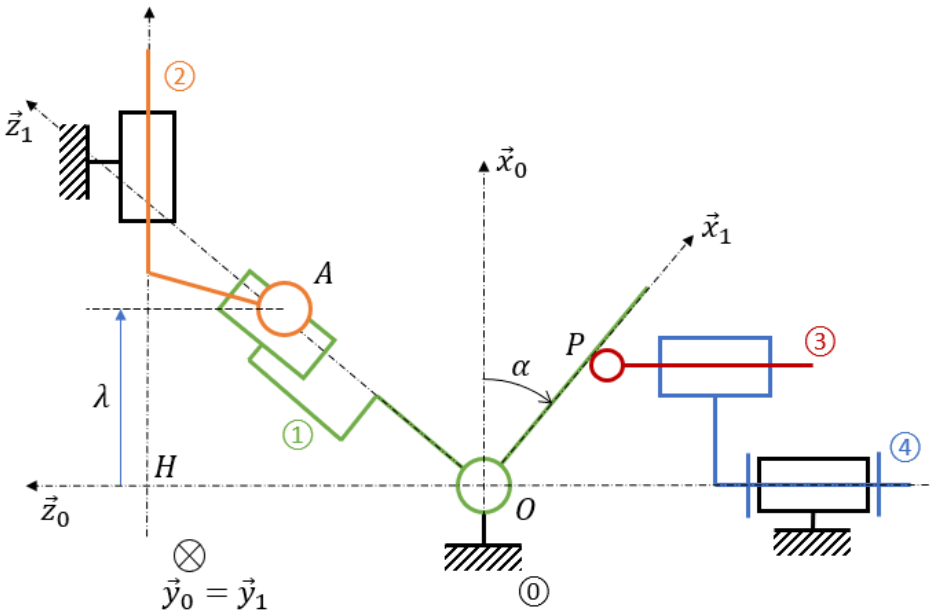




5 Moteur hydraulique

On s'intéresse à un moteur hydraulique à piston dont la cylindrée variable est commandée par un vérin hydraulique.

Le déplacement des vérins 3 (un seul est représenté sur le schéma cinématique) génèrent la rotation de l'arbre moteur 4.
On commande le déplacement du vérin 2 qui génère la rotation du plateau 1 donc de l'angle α.

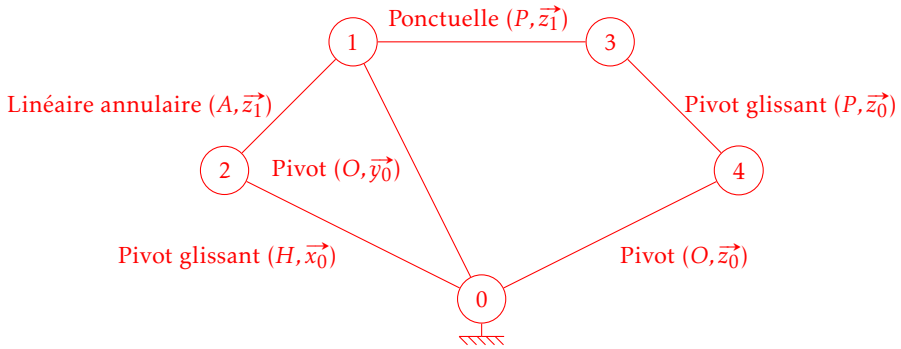


On pose :

$$\overrightarrow{OA} = \mu(t)\vec{z_1}; \overrightarrow{HA} = \lambda(t)\vec{x_0} - e\vec{z_0}; \overrightarrow{OH} = L\vec{z_0}; \alpha(t) = (\vec{z_0},\vec{z_1}) = (\vec{x_0},\vec{x_1})$$

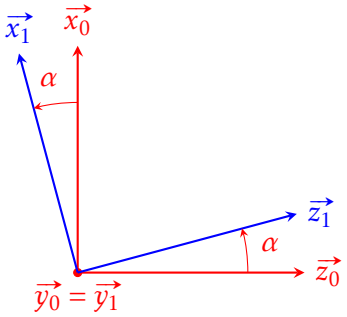
Question 9 : Réaliser le graphe de liaison.

Réponse 9 : Le graphe de liaison est le suivant :



Question 10 : Réaliser le(s) figure(s) de changement de base.

Réponse 10 : Il n'y a qu'une figure :



Question 11 : Déterminer l'expression de λ en fonction de α, L et e.

Réponse 11 : La fermeture géométrique donne :
$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OH} = \vec{0}$ soit $\lambda\vec{x_0} - e\vec{z_0} - \mu\vec{z_1} + L\vec{z_0} = \vec{0}$
En projection dans la base 0 :

$$\begin{cases} \vec{x_0}/\lambda - \mu\sin\alpha = 0 \\ \vec{z_0}/-e - \mu\cos\alpha + L = 0 \end{cases}$$

On cherche à éliminer μ, qui est un paramètre de longueur non recherché. Pour cela on isole les termes en μ puis on fait le rapport des deux équations, il vient :

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{\lambda}{L-e}} \text{ avec } e \neq L.$$

Question 12 : Déterminer l'expression de μ en fonction de λ, L, et e.

Réponse 12 : On reprend les deux équations scalaires, on isole les termes avec le α, qui un paramètre angulaire non recherché. Puis on passe au carré. Il vient :

$$\begin{cases} \vec{x_0}/\lambda^2 = \mu^2\sin^2\alpha \\ \vec{z_0}/(L-e)^2 = \mu^2\cos^2\alpha \end{cases}$$

D'où

$$\lambda^2 + (L-e)^2 = \mu^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)$$

Or $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Il vient alors :

$$\boxed{\mu = \sqrt{\lambda^2 + (L-e)^2}}.$$

6 | Robot à câbles RC-4

Le Robot à Câbles RC-4 utilise 4 organes flexibles reliés chacun à un enrouleur disposant de sa propre commande. Ces 4 câbles fonctionnent simultanément pour déplacer et orienter un Mobile dans un plan vertical. Ces câbles ne pouvant que « tirer » le Mobile, le défi est de garder tous les câbles tendus pour déplacer une charge avec vitesse et précision.

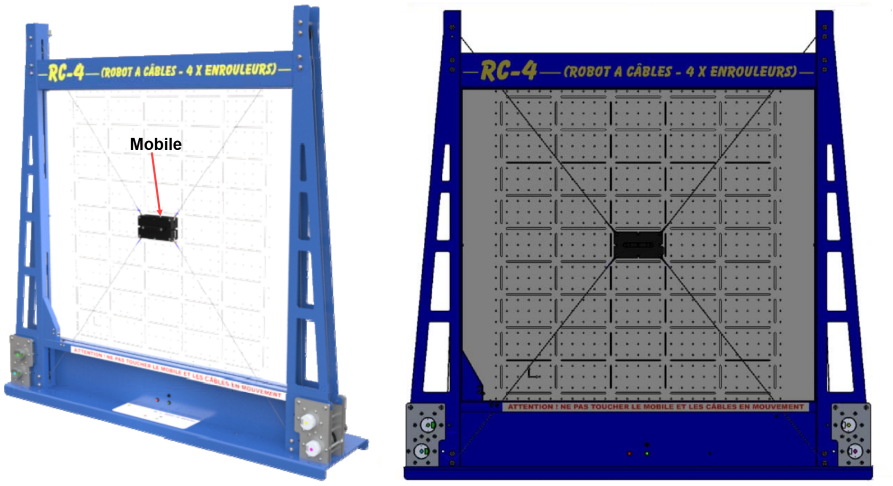


FIGURE 3 – Le RC-4 de la société DIDASTEL PROVENCE

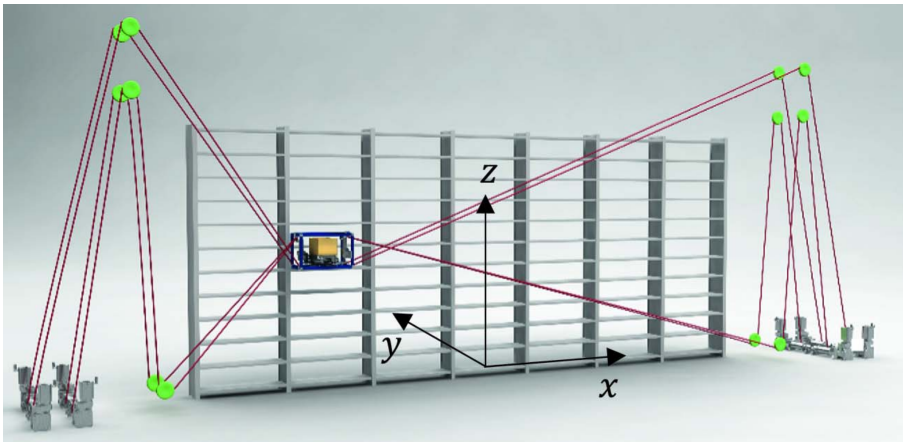


FIGURE 4 – Le robot LEAN de l'université de Duisburg-Essen dont s'inspire le robot RC-4

Dans cet exercice nous allons simplifier le problème. On se limite au pilotage de deux moteurs enroulant des câbles. Ces câbles soutiennent un Mobile **3** qui se déplace le long d'une plaque **0**. On modélise les câbles par deux vérins.

On propose le schéma cinématique Figure 5, permettant d'établir les longueurs des câbles utiles à la gestion de la position et de l'orientation du Mobile :

On propose le paramétrage suivant :

- le repère $\mathcal{R}_0(A,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$ lié à la plaque **0** avec $\overrightarrow{AD} = L\vec{x_0}$;
- le repère $\mathcal{R}_1(A,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_0})$ lié à la tige de vérin **1** avec $\theta_{10}(t) = (\vec{x_0},\vec{x_1}) = (\vec{y_0},\vec{y_1})$;
- le repère $\mathcal{R}_2(B,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_0})$ lié au corps du vérin **2** avec $\overrightarrow{AB} = \lambda_1(t)\vec{x_1}$;
- le repère $\mathcal{R}_5(D,\vec{x_5},\vec{y_5},\vec{z_0})$ lié à la tige de vérin **5** avec $\theta_{50}(t) = (\vec{x_0},\vec{x_5}) = (\vec{y_0},\vec{y_5})$;
- le repère $\mathcal{R}_4(C,\vec{x_5},\vec{y_5},\vec{z_0})$ lié au corps du vérin **4** avec $\overrightarrow{CD} = \lambda_5(t)\vec{x_5}$;
- le repère $\mathcal{R}_3(B,\vec{x_3},\vec{y_3},\vec{z_0})$ lié au Mobile **3** avec :
  - $\theta_{30}(t) = (\vec{x_0},\vec{x_3}) = (\vec{y_0},\vec{y_3})$;
  - $\theta_{31}(t) = (\vec{x_1},\vec{x_3}) = (\vec{y_1},\vec{y_3})$;
  - $\theta_{53}(t) = (\vec{x_3},\vec{x_5}) = (\vec{y_3},\vec{y_5})$;

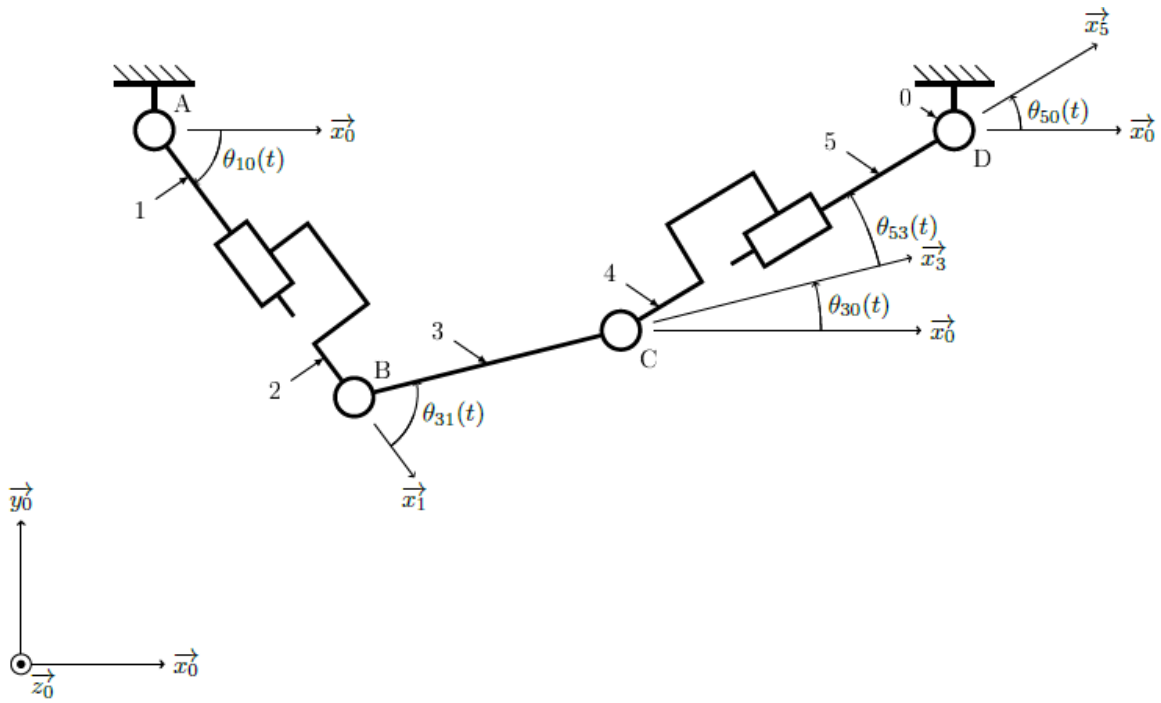


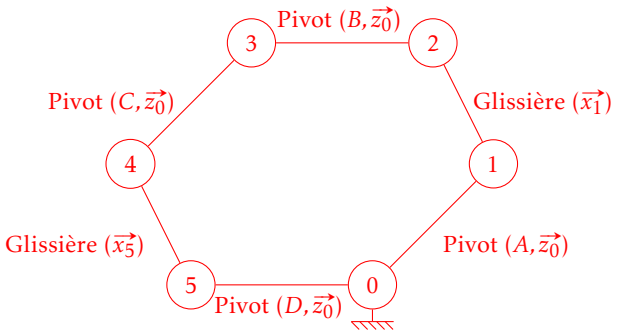
FIGURE 5 – Schéma cinématique du RC-4

- $\overrightarrow{BC} = a\vec{x_3}$;

L'objectif ici et de trouver un système d'équations qui permette de déterminer les longueurs $\lambda_1(t)$ et $\lambda_5(t)$.

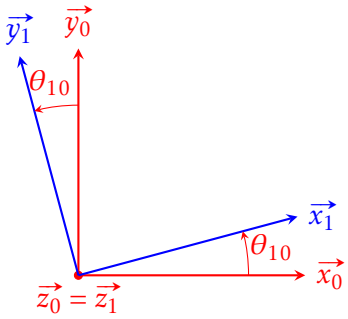
Question 13 : Réaliser le graphe de liaison du système. Ne pas oublier de correctement spécifier les liaisons.

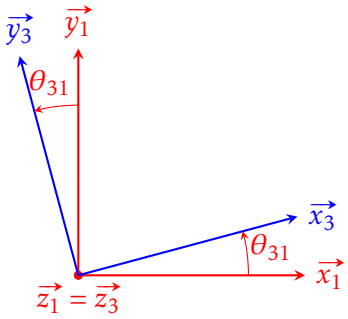
Réponse 13 :

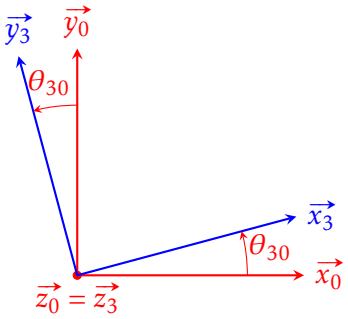


Question 14 : Réaliser une figure de changement de base, ou figure de calcul, représentant les angles $\theta_{10}(t)$, $\theta_{31}(t)$ et $\theta_{30}(t)$. En déduire une relation entre ces angles.

Réponse 14 :



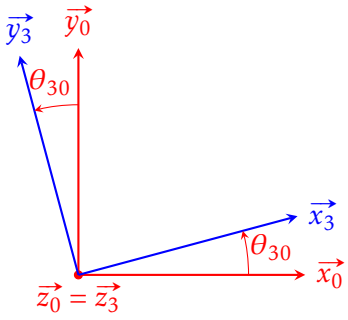


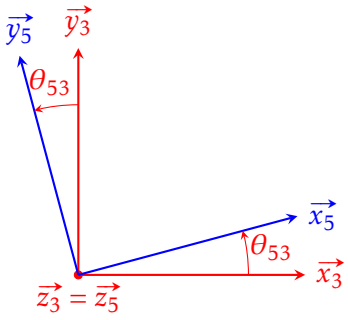


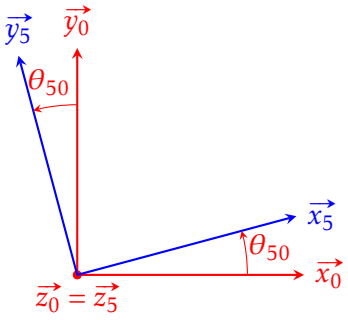
$\theta_{30}(t) = \theta_{31}(t) + \theta_{10}(t)$

Question 15 : Réaliser une figure de changement de base, ou figure de calcul, représentant les angles $\theta_{50}(t)$, $\theta_{53}(t)$ et $\theta_{30}(t)$. En déduire une relation entre ces angles.

Réponse 15 :







$\theta_{50}(t) = \theta_{53}(t) + \theta_{30}(t)$

Question 16 : Écrire la fermeture angulaire (somme d'angle égale à zéro) et en déduire une relation entre θ_{10}, θ_{31}, θ_{53} et θ_{50}.

Réponse 16 : Fermeture angulaire : $(\vec{x_0},\vec{x_1})+(\vec{x_1},\vec{x_3})+(\vec{x_3},\vec{x_5})+(\vec{x_5},\vec{x_0}) = 0$ donc $\theta_{10} + \theta_{31} + \theta_{53} - \theta_{50} = 0$

Question 17 : Écrire la fermeture géométrique du système et en déduire les deux équations scalaires associées par projection dans la base $\mathcal{B}_0$ reliant $\lambda_1(t)$, a, $\lambda_5(t)$, L, θ_{10}, θ_{30} et θ_{50}.

Réponse 17 : Fermeture géométrique : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ Soit :

$$\lambda_1(t)\vec{x_1} + a\vec{x_3} + \lambda_5(t)\vec{x_5} - L\vec{x_0} = \vec{0} \qquad (1)$$

On projette 1 sur $\vec{x_0}$: $\lambda_1(t)\cos\theta_{10} + a\cos\theta_{30} + \lambda_5(t)\cos\theta_{50} - L = 0$

On projette 1 sur $\vec{y_0}$: $\lambda_1(t)\sin\theta_{10} + a\sin\theta_{30} + \lambda_5(t)\sin\theta_{50} = 0$

Afin de positionner simplement le Mobile **3** par rapport à la plaque **0** on ajoute ce paramétrage : $\overrightarrow{AB} = x(t)\vec{x_0} + y(t)\vec{y_0}$.

Question 18 : Exprimer $\overrightarrow{AB} = \lambda_1(t)\vec{x_1}$ dans la base $\mathcal{B}_0$, sachant que $\overrightarrow{AB} = x(t)\vec{x_0} + y(t)\vec{y_0} = \lambda_1(t)\vec{x_1}$ en déduire deux relations entre $x(t)$, $y(t)$, $\lambda_1(t)$ et θ_{10}.

Réponse 18 : $\overrightarrow{AB} = \lambda_1(t)\vec{x_1} = \lambda_1(t)\cos\theta_{10}\vec{x_0} + \lambda_1(t)\sin\theta_{10}\vec{y_0}$

Donc : $x(t) = \lambda_1(t)\cos\theta_{10}$ et $y(t) = \lambda_1(t)\sin\theta_{10}$

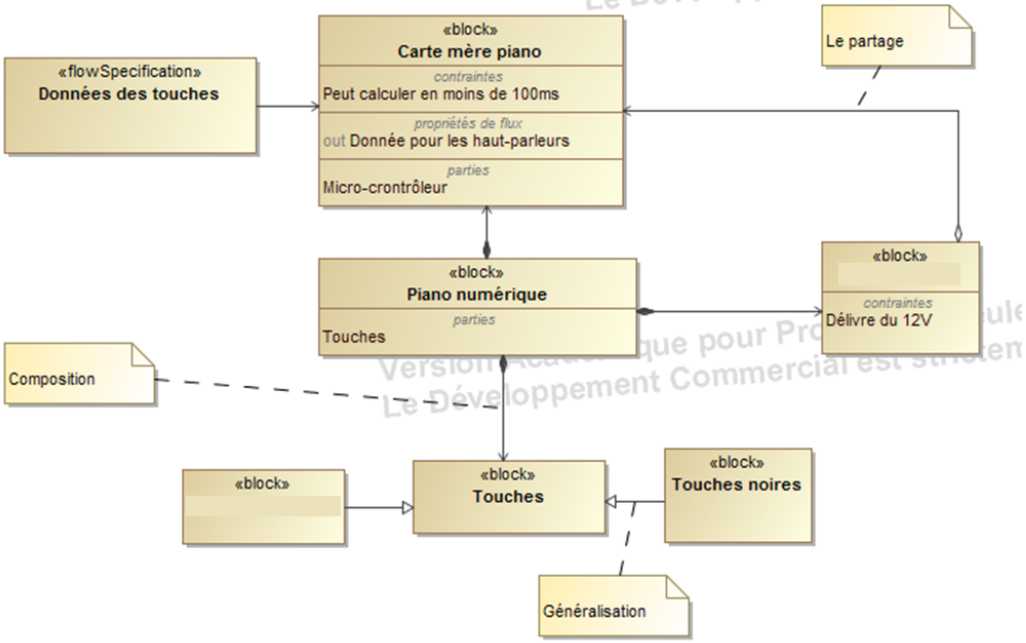
Question 19 : Exprimer l'angle θ_{50} en fonction de a, θ_{30}, L, $x(t)$ et $y(t)$.

Réponse 19 : En faisant le quotient des deux équations issues de la fermeture géométrique il vient

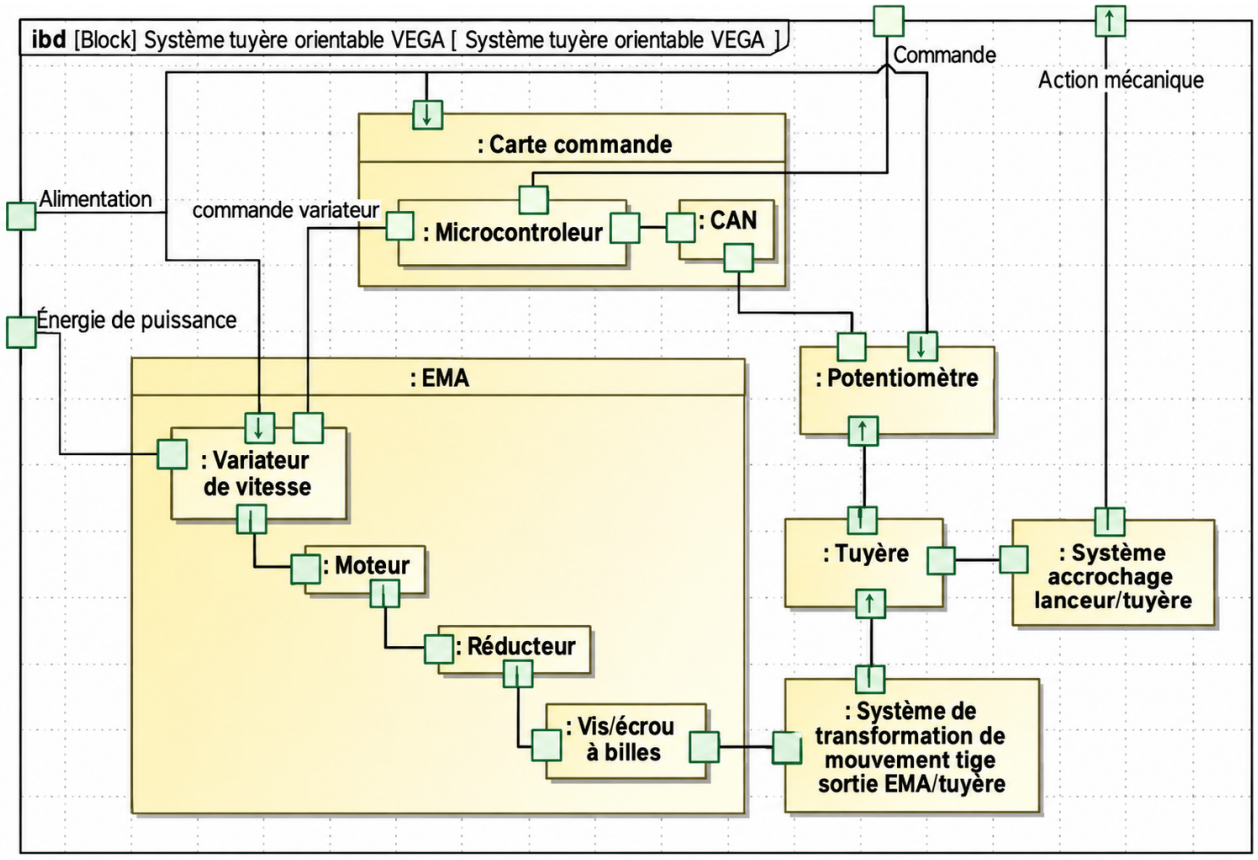
$$\tan\theta_{50} = \frac{-a\sin\theta_{30} - y(t)}{L - a\cos\theta_{30} - x(t)}$$

Nom Prénom :

Document Réponse 1 — Piano numérique — Q. 1



Document Réponse 2 — Actionneur de fusée VEGA — Q. 6



Document Réponse 3 — Actionneur de fusée VEGA — Q. 7

