
Programme de colles 7

Semaine du 10/11

Nombres complexes

1. Pour tout $(p, q) \in \mathbb{R}^2$, $\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$.
2. Racines d'un trinôme du second degré à coefficients complexes.
3. Description des racines n -ièmes de l'unité.
4. Surjectivité de l'exponentielle complexe.

Fonctions d'une variable réelle

1. Existence et unicité des parties paire et impaire d'une fonction.
2. Pour tout $(x, y) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$, $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$.
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0^+$.
4. Pour tout $x > -1$, $\ln(1+x) \leq x$.
5. Dérivée de la fonction exponentielle.
6. Pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $\exp(x+y) = \exp(x)\exp(y)$.
7. Dérivée et courbe de arcsin.
8. Dérivée et courbe de arccos.
9. Dérivée et courbe de arctan.
10. Etude de ch (variations, limites, courbe).
11. Etude de sh (variations, limites, courbe).

Exercices

Nombres complexes

- Propriété des parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe.
- Conjugué et module d'un nombre complexe.
- Représentation géométrique des nombres complexes.
- Nombres complexes de module 1.
- Formule de Moivre. Application pour le calcul de $\cos(n\theta)$ et $\sin(n\theta)$.
- Formules d'Euler. Application pour le calcul de $\cos^n(\theta)$ et $\sin^n(\theta)$.
- Forme exponentielle d'un nombre complexe. Utilisation des propriétés de l'argument.
- Recherche de racines carrées d'un nombre complexe sous forme exponentielle ou forme algébrique.
- Résolution d'équations du second degré à coefficients complexes.
- Racines n -ièmes de l'unité.
- Exponentielle complexe.

Fonctions d'une variable réelle

- Etudes de fonctions utilisant les fonctions usuelles : logarithme népérien, exponentielle, cosinus, sinus, arccos, arcsin, arctan, ch, sh...
- Utilisation des croissances comparées pour déterminer des limites.