
DEVOIR MAISON N°1
À RENDRE POUR LE LUNDI 15 SEPTEMBRE 2025

Exercice 1.

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\sum_{k=1}^n k \right)^2.$$

2. On considère une suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ de nombres réels strictement positifs telle que

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^n x_k^3 = \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2.$$

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $x_n = n$.

Exercice 2. Trouver toutes les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on ait

$$f(x)f(y) - f(xy) = x + y.$$