

Liste d'exercices n°13

Systèmes linéaires

Exercice 1. Résoudre les systèmes suivants d'inconnues réelles.

1.
$$\begin{cases} 2y - 2z + t = 1 \\ x - y + z + 2t = -1 \\ 2z - t = 2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x + 2y - z + t = 3 \\ 2x + y + z - 2t = -3 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 2y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} y + z + t = -1 \\ x + z + t = 0 \\ x + y + t = 1 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x + z = 1 \\ y + z = 0 \\ x + y = 12 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} x + y + z - 3t = 1 \\ -3x + y + z + t = -1 \\ x - 3y + z + t = -1 \\ x + y - 3z + t = 1 \end{cases}$$

Exercice 2. Soit k un réel. Résoudre les systèmes suivants d'inconnues réelles.

1.
$$\begin{cases} kx + y = 1 \\ x + ky = 1 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} kx + (k^2 - k)y = k \\ (k+1)x - ky = 5k + 3 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x - y + 3z = 8 \\ x + y + 2z = k \\ x + 2y + 2z = -3 \end{cases}$$

Exercice 3. Soient a, b, c et d quatre réels. A quelles conditions les systèmes suivants sont-ils compatibles ?

1.
$$\begin{cases} x + 2y - z = 3a \\ -2x - 3y + 3z = b \\ x + y - 2z = c \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 2x + y + z = a \\ 2x + 13y - 7z = b \\ x - y + z = c \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 4z - t = a \\ 3x + y + z + 2t = b \\ y - 2z + t = c \\ 2t = d \end{cases}$$

Exercice 4. En posant $X = \ln(x)$, $Y = \ln(y)$ et $Z = \ln(z)$, déterminer tous les réels x, y, z strictement positifs qui satisfont le système non linéaire

$$\begin{cases} xy^2z = 2 \\ \frac{y}{x} = 1 \\ \frac{xz}{y^2} = 8. \end{cases}$$

En déduire ensuite toutes les solutions dans \mathbb{R}^3 .