
Programme de colles 16

Semaine du 26/01

Questions de cours

Dérivabilité

1. Si f est dérivable sur $]a, b[$ et admet un extremum en $c \in]a, b[$, alors $f'(c) = 0$.
2. Théorème de Rolle.
3. Théorème des accroissements finis.
4. Théorème de la limite de la dérivée.
5. Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable sur I . Alors f est croissante sur I si et seulement si pour tout $x \in I$, $f'(x) \geq 0$.
6. Caractérisation des fonctions lipschitziennes dérivables.
7. Position de la courbe d'une fonction convexe dérivable par rapport à ses tangentes.

Polynômes

1. Degré d'une somme de polynômes.
2. Tout polynôme dans $\mathbb{R}[X]$ de degré impair admet au moins une racine réelle.
3. Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré $n \in \mathbb{N}$. Alors P admet au plus n racines dans \mathbb{K} .
4. Somme et produit des racines d'un polynôme scindé.
5. Caractérisation de la multiplicité d'une racine.
6. Si $P \in \mathbb{R}[X]$ admet une racine $\alpha \in \mathbb{C}$, alors $\bar{\alpha}$ est racine de P de même multiplicité que α .

Exercices

Dérivabilité

- Opérations sur les dérivées (combinaison linéaire, produit, quotient, composition, bijection réciproque).
- Fonctions de classe \mathcal{C}^n .
- Théorème de Rolle, théorème/inégalité des accroissements finis, théorème de la limite de la dérivée.
- Fonctions lipschitziennes.
- Fonctions convexes.

Polynômes

- Coefficients, degré d'un polynôme.
- Division euclidienne, algorithme de la division euclidienne.
- Racines, ordre de multiplicité d'une racine, polynômes scindés.
- Formule de Taylor polynomiale.
- Théorème de d'Alembert-Gauss, polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{C}[X]$. Décomposition en polynômes irréductibles.