

Programme de colles 17

Semaine du 02/02

Questions de cours

Polynômes

1. Degré d'une somme de polynômes.
2. Tout polynôme dans $\mathbb{R}[X]$ de degré impair admet au moins une racine réelle.
3. Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré $n \in \mathbb{N}$. Alors P admet au plus n racines dans \mathbb{K} .
4. Somme et produit des racines d'un polynôme scindé.
5. Caractérisation de la multiplicité d'une racine.
6. Si $P \in \mathbb{R}[X]$ admet une racine $\alpha \in \mathbb{C}$, alors $\bar{\alpha}$ est racine de P de même multiplicité que α .

Espaces vectoriels

1. Intersection de sous-espaces vectoriels.
2. Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.
3. Une famille de vecteurs est liée si et seulement si l'un des vecteurs de la famille s'écrit comme combinaison linéaire des autres.
4. Soit (x_1, \dots, x_n) une famille libre de vecteurs de E . Soit $x_{n+1} \in E$. La famille $(x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$ est libre si et seulement si $x_{n+1} \notin \text{Vect}(x_1, \dots, x_n)$.

Exercices

Polynômes

- Coefficients, degré d'un polynôme.
- Division euclidienne, algorithme de la division euclidienne.
- Racines, ordre de multiplicité d'une racine, polynômes scindés.
- Formule de Taylor polynomiale.
- Théorème de d'Alembert-Gauss, polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{C}[X]$. Décomposition en polynômes irréductibles.

Espaces vectoriels

- Détermination de sous-espaces vectoriels, sous-espace vectoriel engendré.
- Familles libres, familles génératrices.