
Programme de colles 18

Semaine du 09/02

Questions de cours

Espaces vectoriels

1. Intersection de sous-espaces vectoriels.
2. Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.
3. Une famille de vecteurs est liée si et seulement si l'un des vecteurs de la famille s'écrit comme combinaison linéaire des autres.
4. Soit $(x_1, \dots, x_n)$ une famille libre de vecteurs de E . Soit $x_{n+1} \in E$. La famille $(x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$ est libre si et seulement si $x_{n+1} \notin \text{Vect}(x_1, \dots, x_n)$.
5. Caractérisation de la somme directe de deux sous-espaces vectoriels.
6. Théorème de la base extraite.
7. Théorème de la base incomplète.
8. Dimension d'une somme directe de deux sous-espaces.
9. Formule de Grassmann.

Exercices

Espaces vectoriels

- Détermination de sous-espaces vectoriels, sous-espace vectoriel engendré.
- Familles libres, familles génératrices, bases.
- Sommes, sommes directes. Supplémentaires.
- Utilisation des théorèmes du cours : théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète, formule de Grassmann...