
Programme de colles 19

Semaine du 16/02

Questions de cours

Espaces vectoriels

1. Caractérisation de la somme directe de deux sous-espaces vectoriels.
2. Théorème de la base extraite.
3. Théorème de la base incomplète.
4. Dimension d'une somme directe de deux sous-espaces.
5. Formule de Grassmann.

Applications linéaires

1. Caractérisation des applications linéaires injectives par le noyau.
2. Caractérisation des projections.
3. Forme géométrique du théorème du rang et corollaire.
4. Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et si $g \in \mathcal{L}(F, G)$ est un isomorphisme, alors $\text{rg}(g \circ f) = \text{rg}(f)$.
5. Caractérisation des hyperplans comme noyaux d'une forme linéaire non nulle.

Exercices

Espaces vectoriels

- Détermination de sous-espaces vectoriels, sous-espace vectoriel engendré.
- Familles libres, familles génératrices, bases.
- Sommes, sommes directes. Supplémentaires.
- Utilisation des théorèmes du cours : théorème de la base extraite, théorème de la base incomplète, formule de Grassmann...

Applications linéaires

- Composition d'applications linéaires, isomorphisme, détermination de l'isomorphisme réciproque.
- Noyau et image d'une application linéaire.
- Détermination d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base de l'espace de départ.
- Projecteurs et symétries.
- Rang d'une application linéaire, théorème du rang.
- Hyperplans.