
Programme de colles 20

Semaine du 09/03

Questions de cours

Applications linéaires

1. Caractérisation des applications linéaires injectives par le noyau.
2. Caractérisation des projections.
3. Forme géométrique du théorème du rang et corollaire.
4. Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et si $g \in \mathcal{L}(F, G)$ est un isomorphisme, alors $\text{rg}(g \circ f) = \text{rg}(f)$.
5. Caractérisation des hyperplans comme noyaux d'une forme linéaire non nulle.

Matrices et applications linéaires

1. Calcul matriciel de l'image d'un vecteur.
2. Matrice d'une composée d'applications linéaires.
3. Matrice d'un isomorphisme.
4. Formule de changement de bases pour la matrice d'une application linéaire.
5. Caractérisation de l'inversibilité d'une matrice.

Exercices

Applications linéaires

- Composition d'applications linéaires, isomorphisme, détermination de l'isomorphisme réciproque.
- Noyau et image d'une application linéaire.
- Détermination d'une application linéaire par les images des vecteurs d'une base de l'espace de départ.
- Projecteurs et symétries.
- Rang d'une application linéaire, théorème du rang.
- Hyperplans.

Matrices et applications linéaires

- Matrice d'une application linéaire, application linéaire canoniquement associée à une matrice. Matrice d'une composée d'applications linéaire, d'un isomorphisme.
- Matrices de passage, formules de changements de bases pour les coordonnées d'un vecteur et pour les matrices d'applications linéaires. Matrices semblables.
- Noyau, image et rang d'une matrice.