
Programme de colles 4

Semaine du 06/10

Questions de cours

Sommes et produits

1. Somme de termes consécutifs d'une progression géométrique.
2. Somme d'entiers consécutifs.
3. Somme des premiers carrés.
4. Factorisation de $a^n - b^n$.

Nombres réels

1. Inégalité triangulaire, avec cas d'égalité.
2. Seconde inégalité triangulaire.
3. Soit $E \subset \mathbb{R}$ non vide. Alors E est borné si et seulement s'il existe un réel r positif tel que pour tout $x \in E$, $|x| \leq r$.
4. Existence et unicité de la partie entière d'un réel.
5. Propriétés de la fonction partie entière.

Dénombrement

1. Il existe une injection $f : \llbracket 1, n \rrbracket \longrightarrow \llbracket 1, p \rrbracket$ si et seulement si $n \leq p$.
2. Il existe une surjection $f : \llbracket 1, n \rrbracket \longrightarrow \llbracket 1, p \rrbracket$ si et seulement si $n \geq p$.
3. $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$.
4. Soient E et F deux ensembles finis non vides tels que $\text{card}(E) = \text{card}(F)$. Toute injection de E dans F est bijective.
5. Soient E et F deux ensembles finis non vides tels que $\text{card}(E) = \text{card}(F)$. Toute surjection de E dans F est bijective.
6. Relation de Pascal.
7. Formule du binôme de Newton.

Exercices

Sommes et produits

- Calcul de sommes en utilisant les changements d'indices, le télescopage, la linéarité de la somme, les sommes usuelles... Calcul de sommes doubles, et de sommes doubles triangulaires.
- Calcul de produits. Utilisation de la factorielle.

Nombres réels

- Manipulation d'intervalles, de la valeur absolue.
- Résolution d'équations et d'inéquations.
- Majorants, minorants, borne supérieure, borne inférieure.
- Partie entière.

Dénombrément

- Applications entre ensembles finis. Nombre d'applications, d'applications injectives, d'applications bijectives.
- Cardinal d'une union, cardinal d'un produit cartésien.
- Coefficients binomiaux, binôme de Newton, nombre de parties d'un ensemble fini.