
Programme de colles 5

Semaine du 13/10

Questions de cours

Dénombrement

1. Il existe une injection $f : \llbracket 1, n \rrbracket \longrightarrow \llbracket 1, p \rrbracket$ si et seulement si $n \leq p$.
2. Il existe une surjection $f : \llbracket 1, n \rrbracket \longrightarrow \llbracket 1, p \rrbracket$ si et seulement si $n \geq p$.
3. $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$.
4. Soient E et F deux ensembles finis non vides tels que $\text{card}(E) = \text{card}(F)$. Toute injection de E dans F est bijective.
5. Soient E et F deux ensembles finis non vides tels que $\text{card}(E) = \text{card}(F)$. Toute surjection de E dans F est bijective.
6. Relation de Pascal.
7. Formule du binôme de Newton.

Trigonométrie

1. Formules d'addition pour le cosinus.
2. Formules d'addition pour le sinus.
3. Formules d'addition pour la tangente.
4. Formules de duplication pour le cosinus.
5. Formules de duplication pour le sinus.
6. Formules de duplication pour la tangente.

Nombres complexes

1. Inégalité triangulaire (cas d'égalité à préciser sans démonstration).
2. Caractérisation des nombres complexes de module 1.
3. Pour tout $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$, $e^{i(\alpha+\beta)} = e^{i\alpha}e^{i\beta}$.
4. Formule de Moivre.

Exercices

Dénombrement

- Applications entre ensembles finis. Nombre d'applications, d'applications injectives, d'applications bijectives.
- Cardinal d'une union, cardinal d'un produit cartésien.
- Coefficients binomiaux, binôme de Newton, nombre de parties d'un ensemble fini.

Trigonométrie

- Propriétés des fonctions $\cos$, $\sin$ et $\tan$: périodicité, parité, symétries...
- Formules d'addition, de duplication.
- Valeurs des cosinus, sinus et tangentes d'angles remarquables.
- Résolution d'équations trigonométriques.
- Etude de fonctions utilisant les fonctions circulaires $\cos$, $\sin$ et $\tan$.

Nombres complexes

- Propriété des parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe.
- Conjugué et module d'un nombre complexe.
- Représentation géométrique des nombres complexes.
- Nombres complexes de module 1.
- Formule de Moivre. Application pour le calcul de $\cos(n\theta)$ et $\sin(n\theta)$.