

Calculs algébriques, trigonométrie, nombres complexes

1. Systèmes linéaires de petites tailles

Résolution de systèmes linéaires à coefficients réels de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues, avec des opérations élémentaires sur les lignes.

2. Sommes et produits

— Notations $\sum_{k=p}^n x_k$, $\prod_{k=p}^n x_k$, où $(x_k)_{k \in \mathbb{N}}$ est une suite de nombres réels, p, n deux entiers avec $0 \leq p \leq n$. Règles de calcul, décalages d'indices et télescopes.

— Somme des n premiers entiers, généralisation à la somme des termes successifs d'une suite arithmétique. Expression simplifiée de $\sum_{k=1}^n k^2$.

— Somme des termes successifs d'une suite géométrique, application à la factorisation de $a^n - b^n$ pour a, b réels et $n \in \mathbb{N}^*$.

— Rappels sur la factorielle et les coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$. Calcul pratique pour des petites valeurs de k . Propriété de symétrie, formule et triangle de Pascal. Formule du binôme (admise).

3. Inégalités

Règles de calcul pour la relation d'ordre \leq sur \mathbb{R} : compatibilité avec les opérations usuelles.

Valeur absolue, inégalité triangulaire. Inéquations définies par des valeurs absolues ou des trinômes du second degré.

4. Trigonométrie

— Cercle trigonométrique, paramétrisation par cosinus et sinus, valeurs pour les angles usuels. Relation de congruence modulo 2π .

Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$ (par dessins sur le cercle trigonométrique).

— Formules d'addition pour $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$ (admisses).

Applications : formules de duplication et formules de transformation de produits de cos, sin en sommes.

— Propriétés et graphes des fonctions cos et sin, preuve de $\cos' = -\sin$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $|\sin x| \leq |x|$ (preuve géométrique lorsque $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$).

— Fonction tangente : définition, imparité, π -périodicité, dérivée, variations, représentation graphique. Formule d'addition pour $\tan(a+b)$.

5. Nombres complexes

— Définition de \mathbb{C} , parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe, opérations usuelles : addition, multiplication, division. Interprétation géométrique des nombres complexes.

— Conjugué et module d'un nombre complexe, propriétés, interprétation du module en termes de distances. Inégalité triangulaire pour le module.

— Ecriture trigonométrique d'un nombre complexe. Arguments d'un nombre complexe non nul. Définition et propriétés de $e^{i\theta}$ pour $\theta \in \mathbb{R}$, application aux calculs sur les arguments (produits, quotients).

— Formules de factorisation par l'angle moitié pour $e^{ix} \pm e^{iy}$. Application en trigonométrie : formules de transformation de sommes en produits.

Questions de cours envisageables

1. Formule de factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
2. Inégalité triangulaire dans \mathbb{C} .
3. Formules de factorisation par l'angle moitié pour $e^{ix} \pm e^{iy}$