

Equations différentielles linéaires d'ordre deux

1. Révisions du programme précédent.
2. Passage sur \mathbb{C} pour des équations à coefficients réels et un second membre de la forme $B \cos(\omega x)$ ou $B \sin(\omega x)$ avec B et ω réels.
Utilisation du principe de superposition, lorsque le second membre est une somme de fonctions de la forme $f(x) = Ce^{\lambda x}$, $B \cos(\omega x)$ ou $B \sin(\omega x)$.
3. Existence et unicité de la solution de $y'' + ay' + by = f(t)$ vérifiant les conditions $\begin{cases} y(t_0) = k_1 \\ y'(t_0) = k_2 \end{cases}$ avec $t_0 \in I$, k_1, k_2 réels ou complexes fixés (admis).

Suites réelles**1. Nombres réels**

Majorants, minorants d'une partie de \mathbb{R} , définition de la borne supérieure ou inférieure. Existence d'une borne supérieure (resp. inférieure) pour une partie non vide majorée (resp. minorée) (admis).

Caractérisation des intervalles de \mathbb{R} (admis).

2. Généralités sur les suites

- Modes de définition d'une suite. Suites constantes, stationnaires. Monotonie d'une suite réelle, exemples d'étude. Suites réelles majorées, minorées, bornées.
- Suites particulières : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre deux (formules admises dans ce dernier cas).

3. Limite d'une suite réelle

- Définition d'une suite convergente, unicité de la limite (principe de la preuve).
- Toute suite convergente est bornée (la réciproque est fausse).
- Limites infinies.
- Opérations sur les limites : limite d'une somme, d'un produit ou d'un quotient de suites convergentes (avec une limite non nulle pour le dénominateur dans le dernier cas). Extension aux limites infinies, formes indéterminées.
- Passage à la limite dans les inégalités larges. Limite d'une suite définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$.

4. Théorèmes d'existence d'une limite pour les suites réelles

- Convergence d'une suite par encadrement (théorème des « gendarmes »). Le produit d'une suite de limite 0 et d'une suite bornée converge vers 0.
- Divergence d'une suite vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) par minoration (resp. majoration).
- Convergence des suites monotones.
- Définition de deux suites adjacentes. Deux suites adjacentes sont convergentes et de même limite.

5. Suites extraites

- Définition d'une suite extraite, exemples.
- Toute suite extraite d'une suite admettant une limite ℓ finie ou infinie admet la même limite. Application : preuve qu'une suite n'a pas de limite à l'aide de suites extraites.

6. Suites à valeurs complexes

- Extension des définitions et résultats non liés à l'ordre au cas des suites complexes : suites convergentes, bornées, etc.
- Comportement des suites géométriques complexes selon la raison.
- Caractérisation de la convergence à l'aide des parties réelles et imaginaires (admis).

Questions de cours envisageables

1. Toute suite convergente est bornée.
2. Si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ (resp. $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$) converge vers ℓ (resp. ℓ'), alors $(u_n + v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\ell + \ell'$.
3. Convergence d'une suite géométrique complexe en fonction de sa raison.