

Colle n° 4, semaine du 06/10 au 11/10

Nombres complexes

1. Formules d'Euler et de Moivre. Applications : linéarisation d'une puissance de $\cos$ ou $\sin$, expression de $\cos(nx)$ ou $\sin(nx)$ en fonction de puissances de $\cos(x)$ ou $\sin(x)$.
2. **Equations du second degré**
 - Résolution de $z^2 = a$ pour $a \in \mathbb{C}^*$: méthode algébrique ou trigonométrique.
 - Résolution de $az^2 + bz + c = 0$, avec a, b, c complexes (et $a \neq 0$). Relations entre coefficients et racines.
3. **Racines n -ièmes**
 - Résolution de $x^n = a$ dans $\mathbb{R}$, pour $a \in \mathbb{R}$, notation $\sqrt[n]{a}$ (en supposant $a \geq 0$ lorsque n est pair).
 - Racines n -ièmes (complexes) de l'unité.
 - Résolution de $z^n = a$ pour $a \in \mathbb{C}^*$.
4. **Exponentielle complexe** : définition, propriétés.
5. **Nombres complexes et géométrie plane**
 - Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes.
 - Transformations géométriques planes : définition et expression complexe des translations, rotations, homothéties (de centre O -l'origine du repère), composées d'une rotation et d'une homothétie (de centre O).

Fonctions

1. **Généralités sur les fonctions**
 - Ensemble de définition, représentation graphique.
 - Parité, imparité, périodicité ; interprétation géométrique de ces propriétés, exemples.
 - Somme, produit, composée de deux fonctions.
 - Fonctions croissantes, décroissantes, monotones. Fonctions majorées, minorées, bornées. Equivalence entre f bornée et $|f|$ majorée.
2. **Dérivation**
 - Dérivée en un point, interprétation géométrique et équation de la tangente. Lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation sur un intervalle (admis).
 - Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée (formules admises).
 - Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$, dérivées d'ordre supérieur.
3. **Fonctions usuelles**
 - Fonctions exponentielle et logarithme népérien : dérivée, variations, graphe, propriétés algébriques. Inégalité $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x$, et en conséquence $\forall x > -1, \ln(1 + x) \leq x$.
 - Fonctions cosinus et sinus hyperbolique, notées ch et sh : propriétés ($\text{ch} + \text{sh} = \exp, \text{ch}^2 - \text{sh}^2 = 1$), dérivées, variations, graphes.
 - Fonctions puissances : puissances d'exposant entier, puis d'exposant quelconque. Dérivée, sens de variation, graphe, règles de calcul.

Questions de cours envisageables

1. Etude des fonctions sh et ch (dérivée, variations, graphes).
2. Etude de la fonction puissance $x \mapsto x^\alpha$ pour α réel quelconque (dérivée, variations, graphe).
3. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x$