Colle nº 8, semaine du 17/11 au 22/11

Equations différentielles linéaires d'ordre deux à coefficients constants

- Résolution des équations homogènes y'' + ay' + by = 0: solutions complexes lorsque a, b sont complexes, réelles lorsque a, b sont réels.
- Structure des solutions de y'' + ay' + by = f(x) avec f continue de I dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} .
- Forme d'une solution particulière lorsque $f(x) = Ce^{\lambda x}$ où C, λ sont des constantes réelles ou complexes.
 - Passage sur \mathbb{C} pour des équations à coefficients réels et un second membre de la forme $B\cos(\omega x)$ ou $B\sin(\omega x)$ avec B et ω réels.
 - Utilisation du principe de superposition, lorsque le second membre est une somme de fonctions des types précédents.
- Existence et unicité de la solution de y'' + ay' + by = f(t) vérifiant les conditions $\begin{cases} y(t_0) = k_1 \\ y'(t_0) = k_2 \end{cases}$ avec $t_0 \in I$ k_1, k_2 réels ou complexes fixés (admis).

Suites réelles

1. Nombres réels

Majorants, minorants d'une partie de \mathbb{R} , définition de la borne supérieure ou inférieure. Existence d'une borne supérieure (resp. inférieure) pour une partie non vide majorée (resp. minorée) (admis). Caractérisation des intervalles de \mathbb{R} (admis).

2. Généralités sur les suites

- Modes de définition d'une suite. Suites constantes, stationnaires. Monotonie d'une suite réelle, exemples d'étude. Suites réelles majorées, minorées, bornées.
- Suites particulières : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre deux (preuve pour un discriminant nul seulement).

3. Limite d'une suite réelle

- Définition d'une suite convergente, unicité de la limite.
- Toute suite convergente est bornée (la réciproque est fausse).
- Limites infinies.
- Opérations sur les limites : limite d'une somme, d'un produit ou d'un quotient de suites convergentes (avec une limite non nulle pour le dénominateur dans le dernier cas). Extension aux limites infinies, formes indéterminées.
- Passage à la limite dans les inégalités larges.

Questions de cours envisageables

- 1. Unicité de la limite.
- 2. Toute suite convergente est bornée.
- 3. Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (resp. $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$) converge vers ℓ (resp. ℓ'), alors $(u_n+v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\ell+\ell'$.