

Suites numériques

1. Nombres réels

Majorants, minorants d'une partie de $\mathbb{R}$, définition de la borne supérieure ou inférieure. Existence d'une borne supérieure (resp. inférieure) pour une partie non vide majorée (resp. minorée) (admis).

Caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$ (admis).

2. Généralités sur les suites

— Modes de définition d'une suite. Suites constantes, stationnaires. Monotonie d'une suite réelle, exemples d'étude. Suites réelles majorées, minorées, bornées.

— Suites particulières : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre deux (preuve pour un discriminant nul seulement).

3. Limite d'une suite réelle

— Définition d'une suite convergente, unicité de la limite.

— Toute suite convergente est bornée (la réciproque est fausse).

— Limites infinies.

— Opérations sur les limites : limite d'une somme, d'un produit ou d'un quotient de suites convergentes (avec une limite non nulle pour le dénominateur dans le dernier cas). Extension aux limites infinies, formes indéterminées.

— Passage à la limite dans les inégalités larges. Limite d'une suite définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$.

4. Théorèmes d'existence d'une limite pour les suites réelles

— Convergence d'une suite par encadrement (théorème des « gendarmes »). Le produit d'une suite de limite 0 et d'une suite bornée converge vers 0.

— Divergence d'une suite vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) par minoration (resp. majoration).

— Convergence des suites monotones.

— Définition de deux suites adjacentes. Deux suites adjacentes sont convergentes et de même limite.

5. Suites extraites

— Définition d'une suite extraite, exemples.

— Toute suite extraite d'une suite admettant une limite ℓ finie ou infinie admet la même limite. Application : preuve qu'une suite n'a pas de limite à l'aide de suites extraites.

6. Suites à valeurs complexes

— Extension des définitions et résultats non liés à l'ordre au cas des suites complexes : suites convergentes, bornées, etc.

— Comportement des suites géométriques complexes selon la raison.

— Caractérisation de la convergence à l'aide des parties réelles et imaginaires.

Questions de cours envisageables

1. Toute suite convergente est bornée.
2. Deux suites adjacentes sont convergentes et de même limite.
3. Convergence d'une suite géométrique complexe en fonction de sa raison.