

**Colle n° 17, semaine du 02/02 au 07/02**

## Ensembles

1. Appartenance, inclusion, ensemble  $\mathcal{P}(E)$  des parties d'un ensemble  $E$ . Egalité entre deux ensembles, exemples de raisonnement par double inclusion.
2. Opérations sur les ensembles : définitions et propriétés de la réunion et de l'intersection d'un nombre quelconque d'ensembles. Distributivité de la réunion sur l'intersection et réciproquement. Complémentaire d'une partie dans un ensemble : formules pour le complémentaire d'une union ou d'une intersection quelconque.  
Produit cartésien de deux ou plusieurs ensembles.

## Analyse asymptotique

1. **Relations de comparaison entre fonctions au voisinage d'un point  $a$** 
  - Relation de domination, relation de négligeabilité : définitions, notations  $o$  et  $O$ , lien entre les deux relations, règles de calculs.  
Relations de négligeabilité usuelles en  $+\infty$  et en 0 : comparaison des fonctions puissance, croissances comparées.
  - Fonctions équivalentes au voisinage de  $a$  : définition, exemples, propriétés. Equivalents usuels au voisinage de 0.  
Liens entre équivalence et négligeabilité :  
 $f(x) \underset{a}{\sim} g(x) \iff f(x) = g(x) + o(g(x))$  et  $f(x) = o(g(x)) \Rightarrow f(x) + g(x) \underset{a}{\sim} g(x)$ .
  - Propriétés conservées par équivalence : limite, signe.
2. **Relations de comparaison entre suites réelles**  
Relations de domination, de négligeabilité et d'équivalence entre suites.  
 $x^n = o(y^n) \iff |x| < |y|$ ; pour tout  $\alpha \in \mathbb{R}$  et tout  $q$  tel que  $|q| > 1$ ,  $n^\alpha = o(q^n)$ .
3. **Développements limités**  
On abrège développement limité en DL.
  - Définition : DL à l'ordre  $n$  au voisinage d'un point  $a \in \mathbb{R}$  ou de  $\pm\infty$ . Lien avec la limite et la dérivabilité (lorsque  $a \in \mathbb{R}$ ) pour les DL d'ordre 0 et 1.