Colle n^o 19, semaine du 02/03 au 07/03

Analyse asymptotique

1. **Développements limités**
   — Définition : DL à l'ordre n au voisinage d'un point $a \in \mathbb{R}$ ou de $\pm\infty$. Lien avec la limite et la dérivabilité (lorsque $a \in \mathbb{R}$) pour les DL d'ordre 0 et 1.
   — Unicité du DL, application au DL des fonctions paires ou impaires en 0.
   — Intégration terme à terme du DL d'une dérivée (admis).
   — Obtention d'un DL d'ordre n par la formule de Taylor-Young pour une fonction de classe $\mathcal{C}^n$ (formule admise).
2. **DL des fonctions usuelles en** 0
   — DL à tout ordre au voisinage de 0 des fonctions suivantes : $\exp, \mathsf{ch},\ \mathsf{sh}, \cos, \sin, x \mapsto (1+x)^\alpha$ $(\alpha \in \mathbb{R})$.
   — Par intégration terme à terme , on en déduit ceux de $x \mapsto \ln(1+x)$ et de arctan au voisinage de 0.
3. **Opérations sur les DL**
   Somme, produit, quotient de DL (résultats admis). Application : DL d'ordre 5 de tan au voisinage de 0.
4. **Applications des DL**
   — Recherche de limites et d'équivalents.
   — Etude locale d'une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$: recherche de la tangente en un point et étude de la position locale de la courbe par rapport à sa tangente ; cas d'un point critique : condition suffisante pour l'existence d'un extremum local.
   — Recherche d'asymptotes en $\pm\infty$ et position de la courbe par rapport à l'asymptote.

Espaces vectoriels

1. **Structure de K-espace vectoriel (K-ev), avec $K = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.**
   — Définition d'un K-espace vectoriel, exemples de référence. Règles de calcul.
   — Combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs : définition, exemples.
2. **Sous-espaces vectoriels (ssev)**
   — Définition, caractérisation, exemples.
   — L'intersection de deux ssev est un ssev.
   — Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie $\mathcal{F} = \{e_1, \cdots, e_n\}$ de vecteurs : $\mathsf{vect}(e_1, \cdots, e_n)$ est l'ensemble de toutes les combinaisons linéaires de $e_1, \cdots, e_n$, c'est le plus petit ssev contenant $\mathcal{F}$.

Questions de cours envisageables

1. Un sous-ensemble F de E est un ssev de E *si et seulement si* $0_E \in F$ et F est stable par combinaison linéaire.
2. L'intersection de deux sous-espaces vectoriels de E est un sous-espace vectoriel de E.
3. $\mathsf{vect}(e_1, \cdots, e_n)$ est un sous-espace vectoriel de E, le plus petit contenant $\{e_1, \cdots, e_n\}$.