Colle n$^{\text{o}}$ 9, semaine du 25/11 au 30/11

Suites numériques

1. **Nombres réels**
   Majorants, minorants d'une partie de $\mathbb{R}$, définition de la borne supérieure ou inférieure. Existence d'une borne supérieure (resp. inférieure) pour une partie non vide majorée (resp. minorée) (admis).
   Caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$ (admis).
2. **Généralités sur les suites**
   — Modes de définition d'une suite. Suites constantes, stationnaires. Monotonie d'une suite réelle, exemples d'étude. Suites réelles majorées, minorées, bornées.
   — Suites particulières : arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre deux (formules admises dans ce dernier cas).
3. **Limite d'une suite réelle**
   — Définition d'une suite convergente, unicité de la limite.
   — Toute suite convergente est bornée (la réciproque est fausse).
   — Limites infinies.
   — Opérations sur les limites : limite d'une somme, d'un produit ou d'un quotient de suites convergentes (avec une limite non nulle pour le dénominateur dans le dernier cas). Extension aux limites infinies, formes indéterminées.
   — Passage à la limite dans les inégalités larges. Limite d'une suite définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$.
4. **Théorèmes d'existence d'une limite pour les suites réelles**
   — Convergence d'une suite par encadrement (théorème des « gendarmes »). Le produit d'une suite de limite 0 et d'une suite bornée converge vers 0.
   — Divergence d'une suite vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) par minoration (resp. majoration).
   — Convergence des suites monotones.
   — Définition de deux suites adjacentes. Deux suites adjacentes sont convergentes et de même limite.
5. **Suites extraites**
   — Définition d'une suite extraite, exemples.
   — Toute suite extraite d'une suite admettant une limite ℓ finie ou infinie admet la même limite. Application : preuve qu'une suite n'a pas de limite à l'aide de suites extraites.
6. **Suites à valeurs complexes**
   — Extension des définitions et résultats non liés à l'ordre au cas des suites complexes : suites convergentes, bornées, etc.
   — Comportement des suites géométriques complexes selon la raison.
   — Caractérisation de la convergence à l'aide des parties réelles et imaginaires.

Questions de cours envisageables

1. Toute suite convergente est bornée.
2. Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (resp. $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$) converge vers ℓ (resp. ℓ'), alors $(u_n + v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\ell + \ell'$.
3. Convergence d'une suite géométrique complexe en fonction de sa raison.