

Programme de Colle n°4
PCSI 2023-2024
(9 octobre au 13 octobre)

Calcul algébrique

- Utilisation du symbole somme
- Décalage d'indice et télescopage
- Nouvelle identité remarquable :

$$\forall (a, b) \in \mathbb{C}^2, \forall n \in \mathbb{N} : a^{n+1} - b^{n+1} = (a - b) \sum_{k=0}^n a^k b^{n-k}$$
- Sommes des termes d'une suite géométrique

$$\forall q \in \mathbb{C}, q \neq 1, \sum_{k=0}^n q^k = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$
- Sommes doubles
- Binôme de Newton

Nombres complexes

- Définition du nombre imaginaire i
- Rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ ou $-\frac{\pi}{2}$, écriture complexe de la transformation $f: z \mapsto iz + a, a \in \mathbb{C}$
- Homothétie de centre A et de rapport k , écriture complexe de la transformation $f: z \mapsto kz + a, a \in \mathbb{C}$
- Conjugué

Exercices du V et TD VI (début)

Questions de cours

Chapitre V :

- **Proposition V.d.3 (identité de Fermat)** : On a :

$$\forall (n; p) \in \mathbb{N}^2, 0 \leq p \leq n, \binom{n+1}{p+1} = \binom{n}{p} + \binom{n}{p+1}$$

- **Proposition V.e.1 (binôme de Newton) (*)** : On a :

$$\forall (x; y) \in \mathbb{C}^2, \forall n \in \mathbb{N}, (x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Exercices du type :

$$\sum_{0 \leq i, j \leq n} (i + j), S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k(k+1)}, A = \sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n \times 2^{n-1}$$