

Programme de Colle n°6
PCSI 2023-2024
(6 novembre au 10 novembre)

Chapitre VI - Partie A

- Opérations élémentaires sur \mathbb{C} (addition-multiplication et division)
- Homothétie de rapport k et rotation d'angle $\mp \frac{\pi}{2}$, écriture complexe
- Conditions sur les antécédents pour qu'une fonction complexe $f(z)$ soit imaginaire pur, réel...

Chapitre VI – Partie B

- Définition et propriétés du module
- Inégalité triangulaire
- Nombre complexe de module 1 et notation exponentielle
- Formules d'Euler, de Moivre, formules d'addition de cos et sin, linéarisation, résolution d'inégalité
- Argument d'un nombre complexe, notation exponentielle, application aux rotations, calcul d'angle...
- Exponentielle complexe

Chapitre VI – Partie C

- Racine carrée d'un nombre complexe
- Résolution d'équation du second degré à coefficient complexe
- Racine n -ième

Exercices TD VI

Questions de cours :

Chapitre VI :

- **Propriété I.d.2 (Inégalité triangulaire avec cas d'égalité à la fin de la démonstration) :**

$$\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2, |z + z'| \leq |z| + |z'|$$

Propriété I.b.1 : On a :

$$az^2 + bz + c = 0 \Leftrightarrow z \in \left\{ \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}$$

Propriété I.b.3 (Relation coefficient racine) : Soit $(a; b; c) \in \mathbb{C}^3, a \neq 0$. On a alors :

$$z_1, z_2 \text{ sont les solutions de } az^2 + bz + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 z_2 = \frac{c}{a} \\ z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

Exercices du type :

- **Application II.c.9 :** Déterminer l'ensemble des nombres complexes tel que :

$$\frac{z - 1}{z + 2i} \in \mathbb{R}, i\mathbb{R}$$

Application II.e.6 : Application Linéarisation de $\cos^n(x)$ et $\sin^n(x)$ avec la formule d'Euler ou de Moivre.