Programme de Colle n°7
PCSI 20203-2024
(13 novembre au 17 novembre)

Chapitre VI - Partie A

- Opération élémentaires sur $\mathbb{C}$ (addition-multiplication et division)
- Homothétie de rapport k et rotation d'angle $\mp\frac{\pi}{2}$, écriture complexe
- Conditions sur les antécédents pour qu'une fonction complexe f(z) soit imaginaire pur, réel…

Chapitre VI – Partie B

- Définition et propriétés du module
- Inégalité triangulaire
- Nombre complexe de module 1 et notation exponentielle
- Formules d'Euler, de Moivre, formules d'addition de cos et sin, linéarisation, résolution d'inégalité
- Argument d'un nombre complexe, notation exponentielle, application aux rotations, calcul d'angle…
- Exponentielle complexe

Chapitre VI – Partie C

- Racine carrée d'un nombre complexe
- Résolution d'équation du second degré à coefficient complexe

Chapitre VII : Ensemble et application

- <u>Ensemble</u> : Inclusion, égalité, intersection, union, complémentaire, produit cartésien.
- <u>Application</u> : Fonction indicatrice, image direct et réciproque.
- <u>Surjection, injection et bijection</u> : Bijection réciproque, composée d'application

Exercices TD VI,VII

<u>Questions de cours :</u>

<u>Chapitre VI :</u>

- **Propriété I.d.2 (Inégalité triangulaire avec cas d'égalité à la fin de la démonstration)** :

$$\forall (z,z') \in \mathbb{C}^2, \left||z|-|z'|\right| \leq |z+z'| \leq |z|+|z'|$$

Propriété I.b.3 (Relation coefficient racine) : Soit $(a;b;c) \in \mathbb{C}^3, a \neq 0$. On a alors :

$$z_1, z_2 \text{ sont les solutions de } az^2+bz+c=0 \iff \begin{cases} z_1 z_2 = \frac{c}{a} \\ z_1+z_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

<u>Exercices du type :</u>

Application II.e.6 (chap 6) : Application Linéarisation de $\cos^n(x)$ et $\sin^n(x)$ avec les formules d'Euler ou de Moivre.

Exercice G.5 (chap 6) : On pose l'équation (E) :

$$(E): 2z^3-(3+4i)z^2-(4-7i)z+4+2i=0$$

1) Montrer que (E) admet une solution réel.
2) En déduire toutes les solutions de (E).

Exercice G.6 (chap 6) : On pose l'équation (E) :

$$(E): z^3+(1-2i)z^2+(1-i)z-2i=0$$

1) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure.
2) En déduire toutes les solutions de (E).

Activité B.7.2 (Chap 7) : Discuter l'injectivité ou la surjectivité des applications suivantes :

$$g:\begin{cases} \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x,y) \mapsto x^2-y \end{cases} \qquad h:\begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2 \\ x \mapsto (x;2x) \end{cases} \qquad \psi:\begin{cases} \mathcal{C}^1(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^2 \\ f \mapsto \left(f(0);f'(0)\right) \end{cases}$$