

Programme de Colle n°8
PCSI 2023-2024
(20 novembre au 24 novembre)

Chapitre 7 : Ensemble et application

- Ensemble : Inclusion, égalité, intersection, union, complémentaire, produit cartésien.
- Application : Fonction indicatrice, image direct et réciproque.
- Surjection, injection et bijection : Bijection réciproque, composée d'application

Chapitre 8 : Calcul de primitives et d'intégrales

- En reconnaissant la dérivation d'une fonction ou d'une composée de fonctions
- En utilisant les complexes pour les produits de fonctions trigonométriques par une exponentielle
- Une Intégration par partie.
- Formule de changement de variables.
- Intégration d'une fraction rationnelle.

TD 7, 8

Questions de cours

Chapitre 8 :

Propriété III.a.1 : Soit $(f, g) \in (\mathcal{C}^1([a, b], \mathbb{K}))^2$. On a alors :

$$\int_a^b f'(t)g(t)dt = [f(t)g(t)]_a^b - \int_a^b f(t)g'(t)dt$$

Exercices Types

Activité B.7.2 (Chap 7) : Discuter l'injectivité ou la surjectivité des applications suivantes :

$$g: \begin{cases} \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto x^2 - y \end{cases} \quad h: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ x \mapsto (x; 2x) \end{cases} \quad \psi: \begin{cases} \mathcal{C}^1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ f \mapsto (f(0); f'(0)) \end{cases}$$

Chapitre 8 :

Exercice B.1 : Déterminer les primitives des fonctions suivantes en précisant leur domaine de validité

$$f_1: x \mapsto xe^{3x}; \quad f_2: x \mapsto (x + 3) \cos(3x) \quad ; f_3(x) = \arcsin(x) \quad ; f_4(x) = x \arctan(x) \quad ; f_5: x \mapsto x^2 \cos(x) ;$$

Exercice B.2 : A l'aide d'un changement de variable, déterminer une primitive des fonctions suivantes et préciser le domaine de validité :

$$\begin{aligned} 1. f_1: x \mapsto \frac{x^7}{(x^4 + 1)^2} & \quad 2. f_2: x \mapsto \frac{1}{\operatorname{ch}(x)} & \quad 3. f_3: x \mapsto \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} & \quad 4. f_4: x \mapsto e^{\sqrt{x}} \\ 5. f_5: x \mapsto \frac{1}{e^x(1+e^x)} & \quad 6. f_6: x \mapsto \frac{3}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} & \quad 7. f_7: x \mapsto \frac{1}{\tan(x) + 1} \end{aligned}$$