Programme de Colle n°10
Du 4 au 8 décembre 2023

Calcul de primitives et d'intégrales

- En reconnaissant la dérivation d'une fonction ou d'une composée de fonctions
- En utilisant les complexes pour les produits de fonctions trigonométriques par une exponentielle
- Une Intégration par partie.
- Formule de changement de variables.
- Intégration d'une fraction rationnelle.

Ensembles usuelles de nombres réels

- Bornes supérieures, inférieures, maximum et minimum d'une partie non vide de A
- Partie entière

Suites numériques

- Définition des suites numériques (explicite, récurrence, implicite)
- Suites monotones
- Limite d'une suite (définition avec les quantificateurs)
- Suites extraites, suites implicites et suites adjacentes.

Questions de cours

Propriété III.b.4 : Si la suite u converge, alors sa limite est unique.

Propriété III.b.5 : On a l'implication suivante :

$$\lim \mathrm{u_n} = \ell \Longrightarrow \lim|\mathrm{u_n}| = |\ell|$$

Propriété III.b.7 : Toute suite convergence est bornée.

Propriété IV.c.2 : Soient u et v deux suites adjacentes telles que u soit croissante et v décroissante. On a alors :
u et v converge vers la même limite ℓ

Exercices du type

Application III.a.3 : Déterminer :

$$\int \arctan(\mathrm{x})\, \mathrm{dx} \ \text{ et } \int \ln(\mathrm{x})\, \mathrm{dx}$$

Application III.b.4 : Déterminer :

$$\int \frac{\mathrm{dx}}{(\mathrm{x}-\mathrm{a})^2+\mathrm{b}^2}$$

Application IV.a.4 **:** Déterminer une primitive de :

$$\mathrm{g} : \mathrm{x} \longmapsto \frac{2\mathrm{x}+1}{\mathrm{x}(1+\mathrm{x})^2}$$

Exercice D.2 : a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'équation $x^3 + nx = 1$ admet une unique solution réelle. On note u_n cette solution.
b) Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.
c) En déduire qu'elle converge et calculer sa limite.

Exercice F.1 : Etudier la convergence de :

$$\forall \mathrm{n} \in \mathbb{N}, \mathrm{u_n} = \sin\left(\frac{\mathrm{n}\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\mathrm{n}\pi}{2}\right)$$