Programme de Colle n°11
(11 au 15 décembre 2023)

Ensembles usuelles de nombres réels

- Bornes supérieures, inférieures, maximum et minimum d'une partie non vide de A
- Partie entière

Suites numériques

- Définition des suites numériques (explicite, récurrence, implicite)
- Suites monotones
- Limite d'une suite (définition avec les quantificateurs)
- Suites récurrence d'ordre 1 (générale + arithmétique, géométrique et arithmético-géométrique)
- Suites linéaires récurrentes d'ordre 2
- Suites complexes

TD 9

Propriété III.b.4 : Si la suite u converge, alors sa limite est unique.

Propriété III.b.5 : On a l'implication suivante :

$$\lim u_n = \ell \Longrightarrow \lim |u_n| = |\ell|$$

Propriété III.b.7 : Toute suite convergence est bornée.

Propriété IV.c.2 : Soient u et v deux suites adjacentes telles que u soit croissante et v décroissante. On a alors :
u et v converge vers la même limite ℓ

Exercices du type

Exercice D.2 : a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'équation $x^3 + nx = 1$ admet une unique solution réelle. On note u_n cette solution.
b) Montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.
c) En déduire qu'elle converge et calculer sa limite.

Exercice F.1 : Etudier la convergence de :

$$\forall\, n \in \mathbb{N}, u_n = \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

Application I.b.4 : Déterminer la convergence et la limite de la suite u définie par :

$$u : \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n} \end{cases}$$

Exemple : Etudier la convergence de la suite définie par :

$$\begin{cases} z_0 = 1 + i \\ z_{n+1} = \dfrac{i}{2} z_n + 1 \end{cases}$$