

## Programme de Colle n°12 (18 au 22 décembre 2023)

### Résolution de système linéaire

- Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice
- Méthode du pivot de Gauss-Jordan
- Inconnues principales et secondaires

### Equation du premier ordre

- Solutions d'une équation homogène
- Solution particulière + solution de l'équation homogène
- Principe de superposition
- Cas particulier d'une solution particulière de la forme  $e^{\alpha t}P(t)$  avec  $\alpha$  réel ou complexe et  $P$  un polynôme
- Méthode de la variation de la constante
- Condition initiale, problème de Cauchy

### Question de cours :

**Propriété I.b.1** : Soit  $a \in \mathcal{C}^0(I)$ . Les solutions de  $(E_0): y' + ay = 0$  sont :

$$f : t \mapsto \lambda e^{-A(t)}$$

Où  $A$  est une primitive de  $a$  sur  $I$ .

**Propriété II.b.1 (Principe de superposition)** : Soit  $(a, b_1, b_2) \in (\mathcal{C}^0(I, \mathbb{K}))^3$ . Si  $f_1$  est solution sur  $I$  de  $y' + ay = b_1$  et  $f_2$  est solution sur  $I$  de  $y' + ay = b_2$  alors pour tout  $(\lambda, \mu) \in \mathbb{K}^2$ ,  $\lambda f_1 + \mu f_2$  est solution sur  $I$  de :

$$y' + ay = \lambda b_1 + \mu b_2$$

### Exercices du type :

**Exercice B.4** : Soit  $a \in \mathbb{C}$ . Résoudre le système suivant les valeurs de  $a$  :

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = a \\ 3x + 2y + z = a + 3 \\ 7x + 4y - 5z = 2a + 5 \end{cases}$$

**Exercice B.6** : Résoudre le système suivant d'inconnues complexes :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_n = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + 3x_n = 1 \\ \vdots \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + nx_n = 1 \end{cases}$$

**Application II.b.4** : Résoudre :  $y' + y = 4\text{ch}(t)$

**Application II.c.2** : Résoudre :

$$(1 + t)y' - ty + 1 = 0 \text{ sur } I = ]-1; +\infty[$$