Programme de Colle n°13
(Du 8 au 12 janvier 2023)

Equation du premier ordre

- Solutions d'une équation homogène
- Solution particulière + solution de l'équation homogène
- Principe de superposition
- Cas particulier d'une solution particulière de la forme $e^{\alpha t}P(t)$ avec α réel ou complexe et P un polynôme.
- Méthode de la variation de la constante
- Condition initiale + raccordement C^1.

Equation du second ordre

- Solutions d'une équation homogène (dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$)
- Solution particulière + solution de l'équation homogène
- Principe de superposition
- Cas particulier d'une solution particulière de la forme $e^{\alpha t}P(t)$ avec α réel ou complexe et P un polynôme.

Arithmétique

- Diviseur, multiple, division euclidienne, PGCD, PPCM

Questions de cours

Propriété I.b.1 : Soit $a \in \mathcal{C}^0(I)$. Les solutions de $(E_0): y' + ay = 0$ sont :

$$f : t \longmapsto \lambda e^{-A(t)}$$

Où A est une primitive de a sur I.

Propriété I.1 : On a les inclusions strictes suivantes :

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{D} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R}$$

Propriété III.b.1 (Lemme d´Euclide) : Soient a et b deux entiers non nuls. On pose la division euclidienne de a par b : a=bq+r. Alors on a :

$$a \wedge b = b \wedge r$$

Exercices du type

Application II.b.4 : Résoudre : $y' + y = 4\text{ch}(t)$

Exemple III.a.2 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$(E): 2y'' + 2y' - 12y = 4 \qquad (E): y'' - 4y' + 4y = t^2 - 8t + 1$$

$$(E_2): y'' - 4y' + 4y = (t+3)e^{2t}$$

Exercice A.4 : Soit $(a_0; a_1; \dots; a_n) \in [\![0; 9]\!]^{n+1}$. On pose :

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_0} = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10 + a_0$$

Démontrer que :

$$3 | \overline{a_n a_{n-1} \dots a_0} \Leftrightarrow 3 | \sum_{k=0}^{n} a_k$$