**Programme de Colle n°14**
**(15 au 19 janvier 2024)**

## Arithmétique

- Diviseur, multiple, division euclidienne, PGCD, PPCM
- Nombres premiers, décomposition en nombre premier (démo admise)

## Limite de fonctions

- Définition de la limite avec les quantificateurs :
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall\, A \in \mathbb{R}, \exists x_0 \in \mathbb{R}, \forall x \geq x_0, f(x) > A$$
$$\lim_{x\to c} f(x) = \ell \Leftrightarrow \forall\, \varepsilon \in \mathbb{R}, \exists \delta \in \mathbb{R}, \forall x \in I, |x-c| \leq \delta \implies |f(x)-\ell| < \epsilon$$
- Définition de la limite par les voisinages :
$$\forall\, \mathcal{V}_\ell, \exists\, \mathcal{V}_a, \forall\, x\ \mathcal{V}_a \cap I, f(x) \in \mathcal{V}_\ell$$
- Unicité de la limite
- Caractérisation séquentielle de la limite :
$$\lim_{x\to a} f(x) = \ell \Leftrightarrow \left(\forall (u_n)_{n\in\mathbb{N}} \in I^{\mathbb{N}} \text{ tel que } \lim_{n\to+\infty} u_n = a, \lim_{n\to+\infty} f(u_n) = \ell\right)$$
- Opérations sur les limites (Inégalités, majoration, théorème des gendarmes

## Continuité

- Définition de la continuité en un point
- Prolongement par continuité
- Définition séquentielle de la continuité
$$f \text{ est continue en a } \Leftrightarrow \left(\forall\, (u_n) \in I^{\mathbb{N}}, u_n \to a \Rightarrow f(u_n) \to f(a)\right)$$

## <u>Questions de cours</u>

- Infinitude des nombres premiers
- Caractérisation séquentielle de la limite
- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$