Chapitre 7 : Ensemble et application
Activité VII.B.1: Application

On se donne E et F deux ensembles, f une application de E dans F et X un sous-ensemble de E .
On appelle l'**image de X** par f le sous-ensemble de F suivant :

$$f(X) = \{y \in F ; \exists x \in X, f(x) = y\} = \{f(x); x \in X\}$$

Partie A : Sur un exemple classique

1) On pose :

$$g: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 \end{cases}$$

On pose de plus $X = [2 ; 5]$. Démontrer que $f(X) = [4 ; 25]$

2) Que vaut $f([-2 ; 1])$?

Partie B : Sur $\mathbb{C}$

On pose :

$$f: \begin{cases} \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C} \\ z \mapsto z + \frac{1}{z} \end{cases}$$

1) On pose : $U = \{z \in \mathbb{C}; |z| = 1\}$. Montrer que :

$$f(U) \subset [-2; 2]$$

2) Réciproquement on veut montrer que :

$$[-2; 2] \subset f(U)$$

Soit $x \in [-2; 2]$. Démontrer qu'il existe $z \in U$ tel que :

$$f(z) = x$$

Conclure.

Chapitre 7 : Ensemble et application
Activité VII.B.1: Application

On se donne E et F deux ensembles, f une application de E dans F et X un sous-ensemble de E .
On appelle l'**image de X** par f le sous-ensemble de F suivant :

$$f(X) = \{y \in F ; \exists x \in X, f(x) = y\} = \{f(x); x \in X\}$$

Partie A : Sur un exemple classique

1) On pose :

$$g: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 \end{cases}$$

On pose de plus $X = [2 ; 5]$. Démontrer que $f(X) = [4 ; 25]$

2) Que vaut $f([-2 ; 1])$?

Partie B : Sur $\mathbb{C}$

On pose :

$$f: \begin{cases} \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C} \\ z \mapsto z + \frac{1}{z} \end{cases}$$

1) On pose : $U = \{z \in \mathbb{C}; |z| = 1\}$. Montrer que :

$$f(U) \subset [-2; 2]$$

2) Réciproquement on veut montrer que :

$$[-2; 2] \subset f(U)$$

Soit $x \in [-2; 2]$. Démontrer qu'il existe $z \in U$ tel que :

$$f(z) = x$$

Conclure.