## Activité A.1 : Calcul d´aires et notation

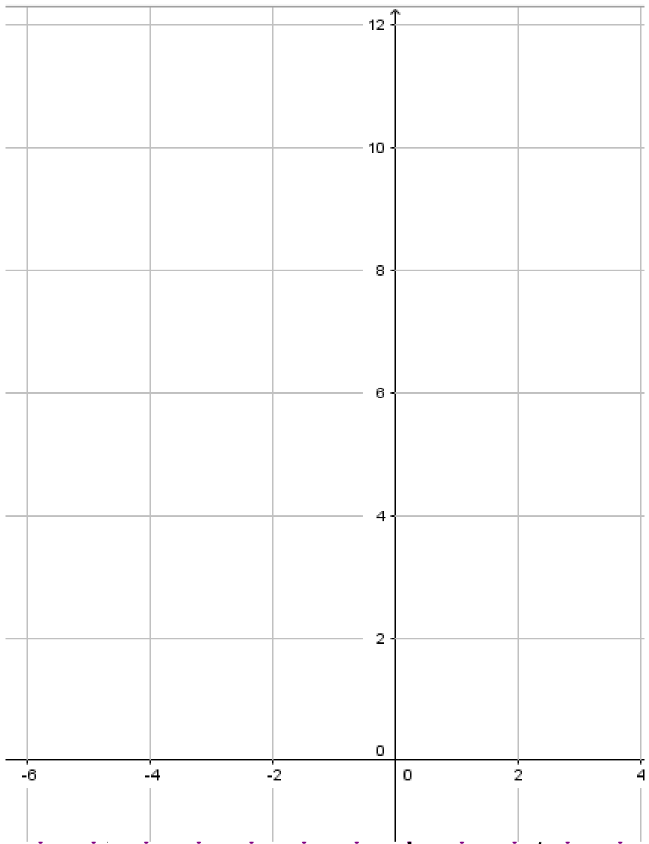
Dans toute cette activité, on considère un repère orthonormé d´unité le cm.

### Partie A : Notation

**BUT** : On pose la fonction définie sur ℝ par :

$$g(x) = x^2 + 4x + 5$$

On cherche à écrire l´aire de la figure délimitée par la courbe $C_g$, l´axe des abscisses et les droites d´équation $x = -2$ et $x = 1$.



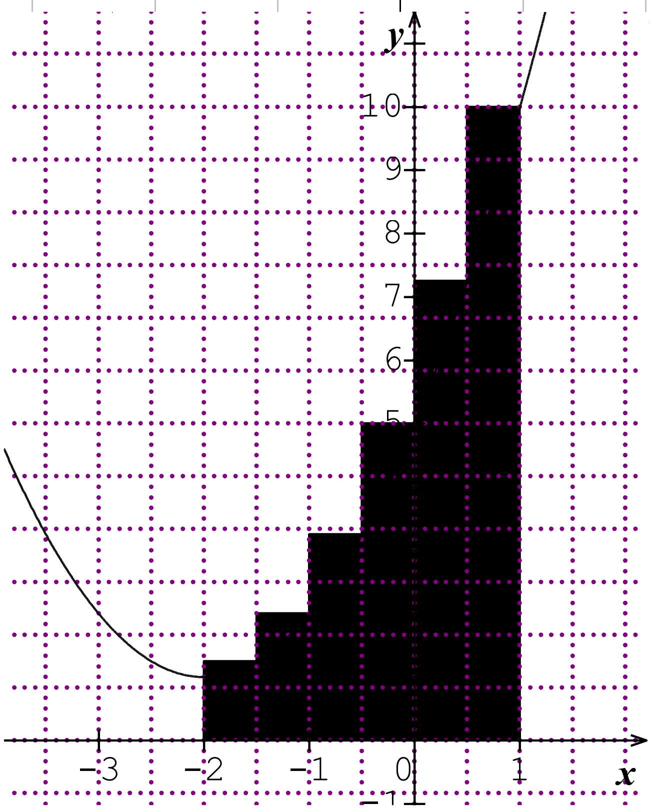
**ATTENTION** : Ici il n'est pas question de calculer cette aire, nous le verrons à la partie B

**Partie A : Découpage.**

1) Tracer sur le graphique ci-contre la courbe de g.

Colorier sur la figure ci-contre l´aire recherchée, appelée A.
Pour le moment on ne sait pas encore calculer exactement A.
On va en donner une valeur approchée.

2) En découpant l´intervalle $[-2; 1]$ en trois parties identiques, et en traçant trois rectangles inférieurs et supérieurs (comme ci-après), montrer que : $8 \leq A \leq 17$

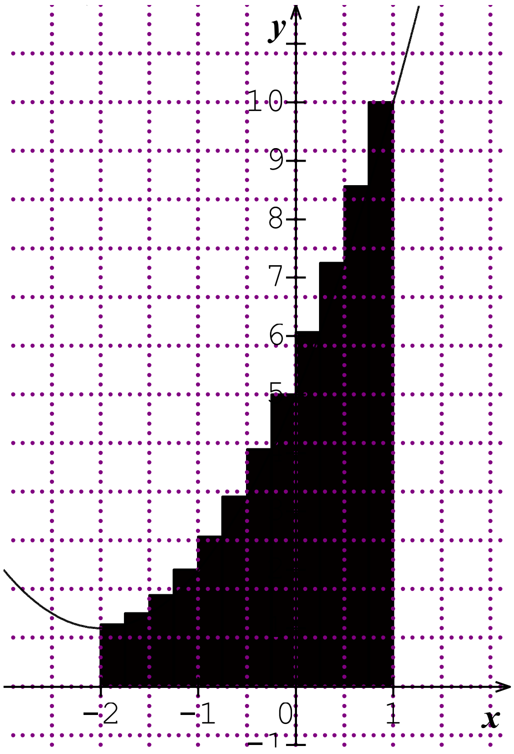


3) On découpe à présent l´intervalle $[-2; 1]$ en 6 parties égales.
a) Démontrer que $9{,}875 \leq A$
b) De même, en déduire que : $A \leq 14{,}375$

Ainsi on a $9{,}875 \leq A \leq 14{,}375$

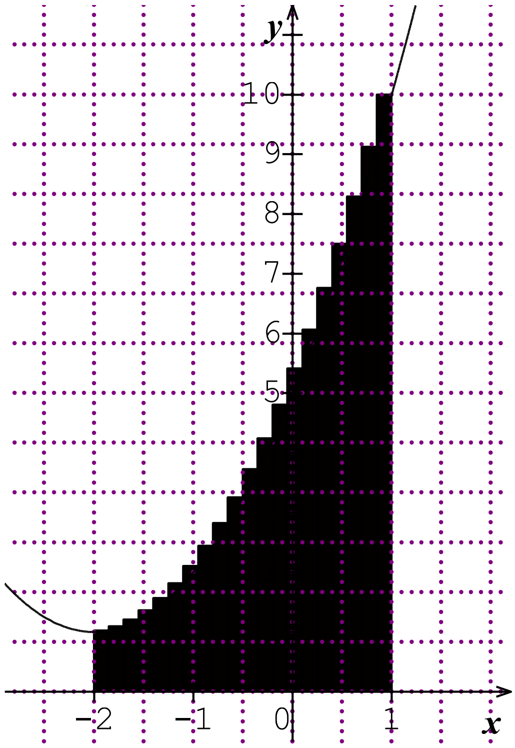
Ainsi en découpant l´intervalle en un nombre très grand de parties (On appelle cela une subdivision) identiques, on peut encadrer la valeur de A de plus en plus précisément

Pour **N=12** subdivisions on a :




$$10{,}906 \leq A \leq 13{,}156$$

Pour **N=20** subdivisions on a :




$$11{,}336 \leq A \leq 12{,}686$$

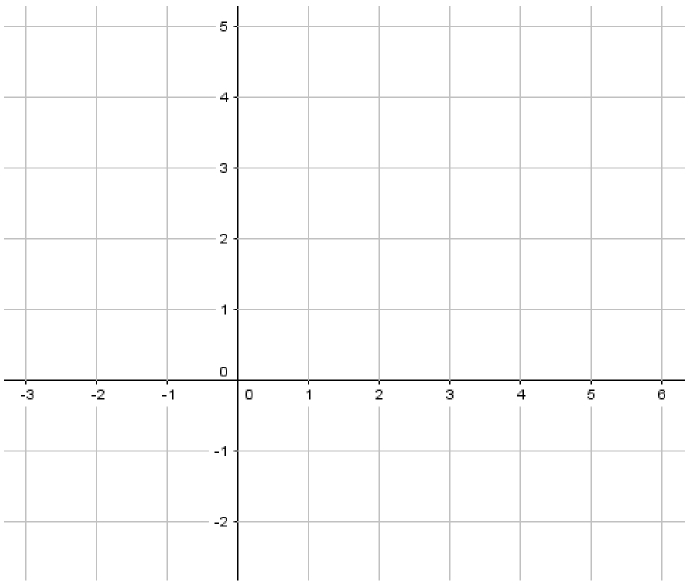
**Notation** : En prenant une infinité de subdivisions identiques, dont la largeur (infiniment petite) est notée dx, on fait la somme des aires des rectangles qui ont chacun pour aire : f(x)dx. On a alors la notation suivante :

$$\boldsymbol{A = \int_{-2}^{1} f(x)dx}$$

## Partie B : Calcul, introduction sur un exemple

1) Tracer sur le graphique ci-contre la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 0.5x + 2$$




2) Soit x ≥ 1. On pose la fonction A définie sur $[1; +\infty[$ par :

$$A(x) = \int_{1}^{x} f(t)dt$$

a) Calculer : A(2), A(4).

b) Montrer que :

$$\forall\, x \in [1; +\infty[, A(x) = \frac{x^2}{4} + 2x - 2.25$$

3) Calculer A´(x). Que constatez-vous ?