

Activité 8.3 : Changement de variable

On cherche à déterminer une valeur de l'intégrale suivante :

$$I = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$$

- 1) Représenter la valeur de I géométriquement. Pouvez-vous en déduire une valeur de I ?
- 2) Démontrer que :

$$\forall t \in [0; 1], \exists ! \theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ tel que } t = \sin(\theta)$$

- 3) On pose :

$$f(t) = \sqrt{1-t^2}$$

- a) Calculer $f(\sin(\theta))$.
- b) Démontrer que :

$$I = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin(\theta)) \times \cos(\theta) d\theta$$

- 4) En déduire la valeur de I.

Activité 8.3 : Changement de variable

On cherche à déterminer une valeur de l'intégrale suivante :

$$I = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$$

- 1) Représenter la valeur de I géométriquement. Pouvez-vous en déduire une valeur de I ?
- 2) Démontrer que :

$$\forall t \in [0; 1], \exists ! \theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ tel que } t = \sin(\theta)$$

- 3) On pose :

$$f(t) = \sqrt{1-t^2}$$

- a) Calculer $f(\sin(\theta))$.
- b) Démontrer que :

$$I = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin(\theta)) \times \cos(\theta) d\theta$$

- 4) En déduire la valeur de I.

Activité 8.3 : Changement de variable

On cherche à déterminer une valeur de l'intégrale suivante :

$$I = \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$$

- 1) Représenter la valeur de I géométriquement. Pouvez-vous en déduire une valeur de I ?
- 2) Démontrer que :

$$\forall t \in [0; 1], \exists ! \theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ tel que } t = \sin(\theta)$$

- 3) On pose :

$$f(t) = \sqrt{1-t^2}$$

- a) Calculer $f(\sin(\theta))$.
- b) Démontrer que :

$$I = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin(\theta)) \times \cos(\theta) d\theta$$

- 4) En déduire la valeur de I.