Formulaire de primitives

a) Les formules (Il faut les connaître)

Dans chaque ligne du tableau, F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I. Ces primitives sont uniques à une constante près qui est notée C.

f(x)	I	F(x)
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\mathbb{R}$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$	$\ln(\lvert x\rvert) + C$
e^x	$\mathbb{R}$	$e^x + C$
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$\sin(x)$
$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left]-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$	$\tan(x) + C$
$\frac{1}{\sin^2(x)}$	$\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}]k\pi; (k+1)\pi[$	$-\frac{1}{\tan(x)}$
$a^x (a \in]0; +\infty[\backslash\{1\})$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\ln(a)} a^x + C$
$\mathrm{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathrm{sh}(x) + C$
$\mathrm{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathrm{ch}(x) + C$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1; 1[$	$\arcsin(x) + C$ ou $-\mathrm{arcccos}(x) + C$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$	$\arctan(x) + C$

b) Les fonctions composées (il faut y penser)

Soit u une fonction de classe $\mathcal{C}^1(I)$ où I est un intervalle de $\mathbb{R}$. Pour déterminer certaines primitives, on peut penser aux fonctions composées :

- Une primitive de $u'u^\alpha, (\alpha \neq -1)$:
$$\int u'(x)u^\alpha(x) = \frac{u^{\alpha+1}(x)}{\alpha+1}$$
- Une primitive de $u'u$ avec u non nul sur I :
$$\int \frac{u'(x)}{u(x)} = \ln(\lvert u(x)\rvert)$$
- Une primitive de $u'e^u$:
$$\int u'(x)e^{u(x)}dx = e^{u(x)}$$
- Une primitive de $u'\cos(u)$ ou $u'\sin(u)$
$$\int u'(x)\cos(u(x))\,dx = \sin(u(x)) \quad et \quad \int u'(x)\sin(u(x))\,dx = -\cos(u(x))$$
- Une primitive avec les réciproques des fonctions trigonométriques
$$\int \frac{u'(x)}{1+u^2(x)}dx = \arctan(u(x)) \quad et \quad \int \frac{u'(x)}{\sqrt{1-u^2(x)}}dx = \arcsin(u(x)) = -\arccos(u(x))$$

Remarque : Si vous ne reconnaissez pas une primitive usuelle, ou une composée de primitives usuelles, il faut alors penser à utiliser une intégration par partie (IPP) ou un changement de variable (CDV).