Activité 8.1 bis

Soit $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction croissante et positive. On pose :

$$g: \begin{cases} [a,b] \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \int_{a}^{x} f(t)dt \end{cases}$$

- 1) Faites un dessin pour illustrer la fonction g.
- 2) Que vaut g(a)?
- 3) a) Soit h > 0. Démontrer que :

$$\forall (x, x+h) \in [a, b]^2, hf(x) \le g(x+h) - g(x) \le hf(x+h)$$

b) En déduire:

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

c) En déduire la valeur de g(x) puis de g(b)

Activité 8.1 bis

Soit $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction croissante et positive. On pose :

$$g: \begin{cases} [a,b] \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \int_{a}^{x} f(t)dt \end{cases}$$

- 1) Faites un dessin pour illustrer la fonction g.
- 2) Que vaut g(a)?
- 3) a) Soit h > 0. Démontrer que :

$$\forall (x, x+h) \in [a, b]^2, hf(x) \le g(x+h) - g(x) \le hf(x+h)$$

b) En déduire:

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

c) En déduire la valeur de g(x) puis de g(b).

Activité 8.1 bis

Soit $f: [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction croissante et positive. On pose :

$$g: \begin{cases} [a,b] \to \mathbb{R} \\ x \mapsto \int_{a}^{x} f(t)dt \end{cases}$$

- 1) Faites un dessin pour illustrer la fonction g.
- 2) Que vaut g(a)?
- 3) a) Soit h > 0. Démontrer que :

$$\forall (x, x+h) \in [a, b]^2, hf(x) \le g(x+h) - g(x) \le hf(x+h)$$

b) En déduire :

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

c) En déduire la valeur de g(x) puis de g(b).