

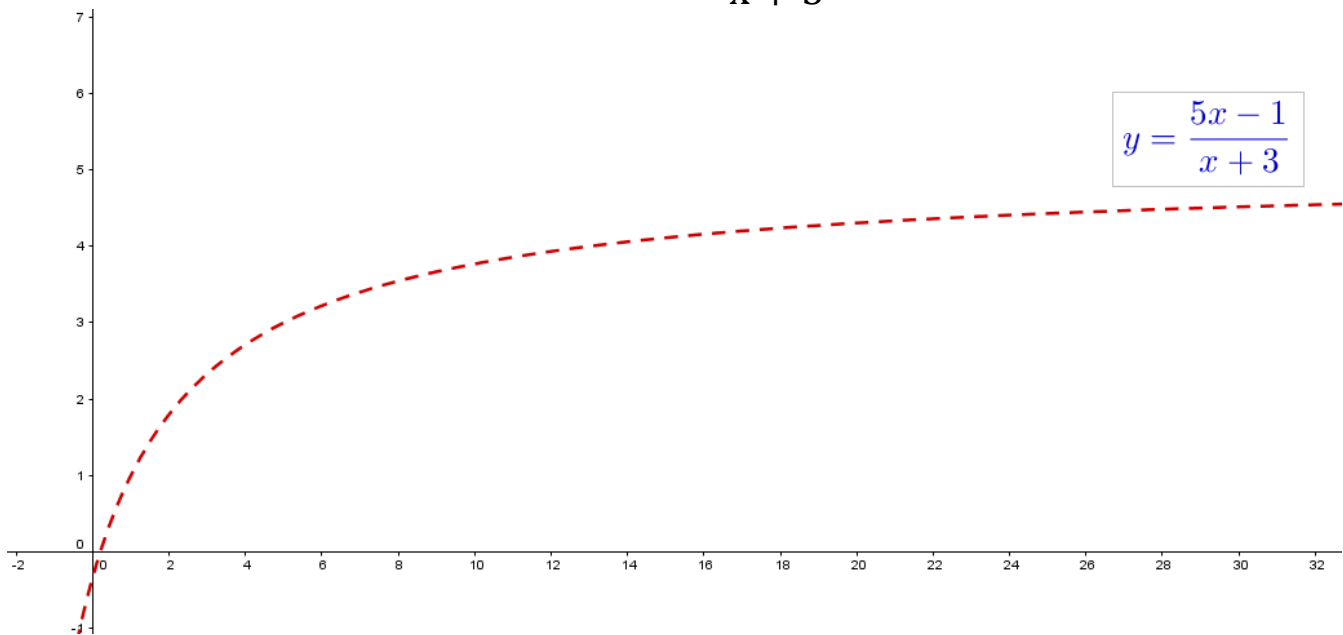
Activité 9.C.1 : Suite récurrente d'ordre 1

On pose la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \text{ et } v_n = \frac{1}{u_n - 1} \end{cases}$$

- 1) Déterminer les quatre premiers termes de la suite u .
- 2) On a représenté ci-dessous la courbe représentative de la fonction

$$f : x \mapsto \frac{5x - 1}{x + 3}$$



- a) A l'aide de cette courbe, représentez précisément les quatre premiers termes de la suite.
 - b) Que peut-on conjecturer quant au sens de variation de la suite u et de sa limite ?
 - c) Démontrer par récurrence que la suite u est minorée décroissante. (Indice : On pourra montrer que f est croissante).
 - d) En déduire que u est convergente et déterminer sa limite.
- 3) On pose la suite :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

- a) Montrer que v est arithmétique.
- b) En déduire une expression de u_n en fonction de n .
- c) Retrouver la limite de la suite u grâce à la formule explicite de u_n .

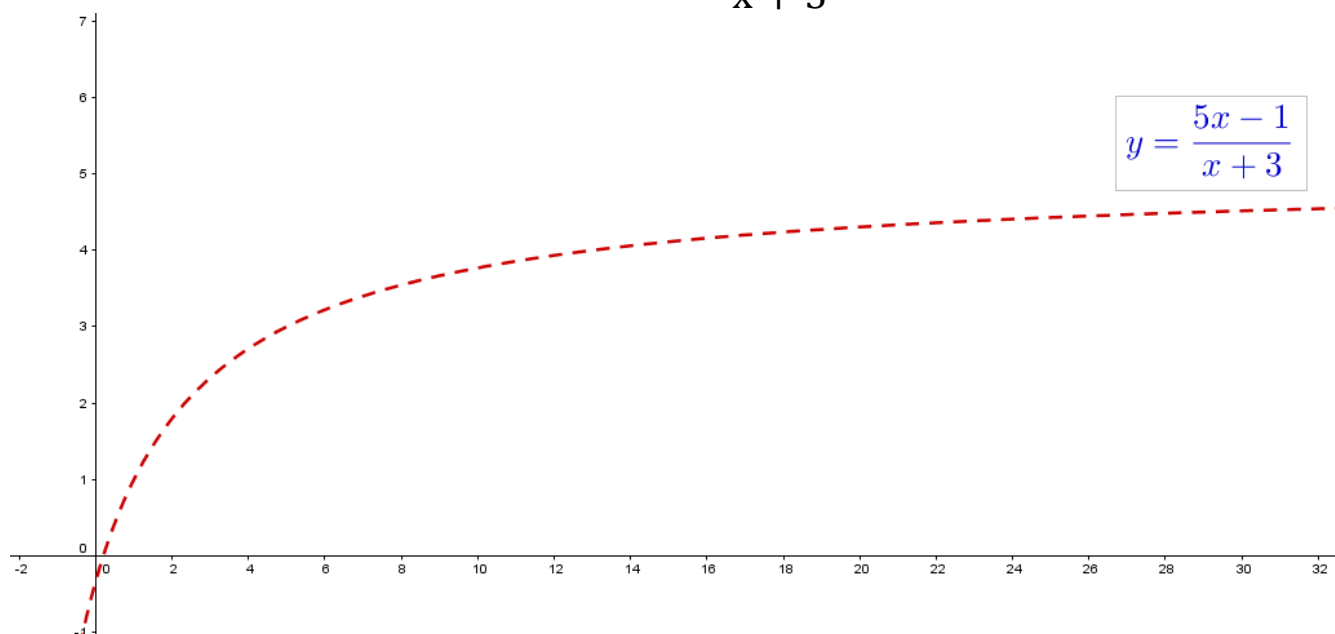
Activité 9.C.1 : Suite récurrente d'ordre 1

On pose la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \text{ et } v_n = \frac{1}{u_n - 1} \end{cases}$$

- 1) Déterminer les quatre premiers termes de la suite u .
- 2) On a représenté ci-dessous la courbe représentative de la fonction

$$f : x \mapsto \frac{5x - 1}{x + 3}$$



- a) A l'aide de cette courbe, représentez précisément les quatre premiers termes de la suite.
 - b) Que peut-on conjecturer quant au sens de variation de la suite u et de sa limite ?
 - c) Démontrer par récurrence que la suite u est minorée décroissante. (Indice : On pourra montrer que f est croissante).
 - d) En déduire que u est convergente et déterminer sa limite.
- 3) On pose la suite :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

- a) Montrer que v est arithmétique.
- b) En déduire une expression de u_n en fonction de n .
- c) Retrouver la limite de la suite u grâce à la formule explicite de u_n .