

### Activité 9.C.3 : Récurrence double et forte Suite de Fibonacci

- Dans une ferme, il y a :
- \_ un couple de lapereaux au départ (le mois 0).
  - \_ Les lapereaux ne procréent qu'à partir du deuxième mois
  - \_ Chaque début de mois, tout couple susceptible de procréer engendre un couple de lapereaux.

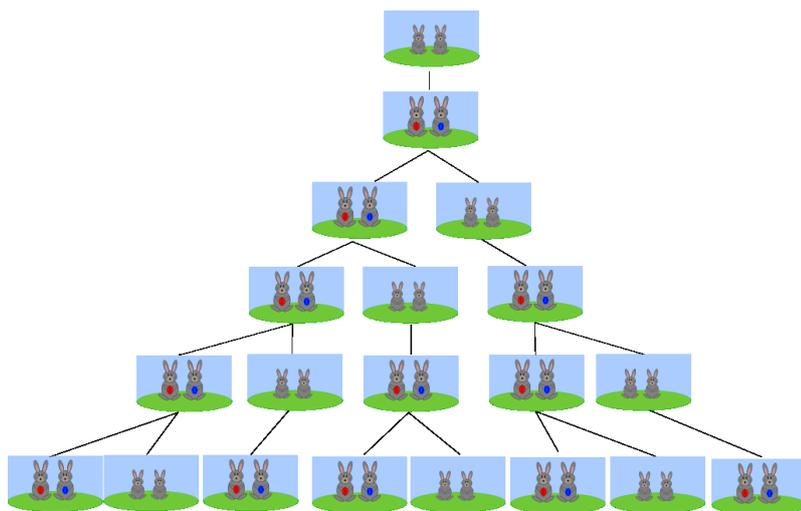
On pose  $F_n$  le nombre de couple de lapins au mois  $n$ .

Ainsi on a :

$$F_0 =$$

$$F_1 =$$

$$F_2 =$$



#### Partie A : Double récurrence et algorithme

a) Compléter le tableau suivant :

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$F_n$	1	1	2					

b) Déterminer la relation de récurrence qui lie les termes de la suite  $(F_n)$ .

c) Compléter l'algorithme suivant en langage Python pour qu'il nous affiche les premiers termes de la suite  $(F_n)$ .

```
Entrée : def fibonacci(n)
          F=[.....,.....]
          for i in range(.....)
              F.append(.....)
          return F
```

#### Partie B : Fibonacci et nombre d'or

On pose la suite définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{5 + \sqrt{5}}{10} \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + \frac{5 - \sqrt{5}}{10} \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

a) Calculer  $u_0$  et  $u_1$ . Que constatez-vous ?

b) Calculer  $\left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^2$  et  $\left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^2$ . En déduire la valeur de  $u_2$ . Que constatez-vous ?

c) Montrer que  $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$

d) Que pouvez-vous dire pour la suite  $(u_n)$ ?