

Chapitre II : Généralité sur les fonctions

Activité II.4 : Graphe d'une réciproque

Définition : Soit A et B deux parties de $\mathbb{R}$. On pose : $f: \begin{cases} A \rightarrow B \\ x \mapsto f(x) \end{cases}$

On dit que f est bijective, si et seulement si pour tout $y \in B$, il existe un unique $x \in A$ tel que $f(x) = y$.

$$\forall y \in B, \exists! x \in A, f(x) = y.$$

1) Déterminer si les fonctions suivantes sont bijectives ou non :

$$f_1: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2x + 3 \end{cases} ; f_2: x \mapsto x^2 \text{ sur } \mathbb{R} ; f_3: \begin{cases} \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 \end{cases} ; f_4: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto e^x \end{cases} ; f_5: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow]0; +\infty[\\ x \mapsto e^x \end{cases}$$

Définition : Soit f une fonction bijective :

$$f: \begin{cases} A \rightarrow B \\ x \mapsto f(x) \end{cases}$$

On peut alors définir la fonction réciproque de f , noté $g = f^{-1}$, définie par :

$$f^{-1}: \begin{cases} B \rightarrow A \\ y \mapsto f^{-1}(y) = \text{l'unique antécédent de } y \text{ par } f \end{cases}$$

2) a) Montrer que l'application suivante est bijective puis déterminer son application réciproque f^{-1} :

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -3x + 2 \end{cases}$$

b) Tracer sur le même repère orthonormé, le graphe de f , de f^{-1} . Tracer la droite d'équation $y = x$. Que constatez-vous ?

Chapitre II : Généralité sur les fonctions

Activité II.4 : Graphe d'une réciproque

Définition : Soit A et B deux parties de $\mathbb{R}$. On pose : $f: \begin{cases} A \rightarrow B \\ x \mapsto f(x) \end{cases}$

On dit que f est bijective, si et seulement si pour tout $y \in B$, il existe un unique $x \in A$ tel que $f(x) = y$.

$$\forall y \in B, \exists! x \in A, f(x) = y.$$

1) Déterminer si les fonctions suivantes sont bijectives ou non :

$$f_1: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2x + 3 \end{cases} ; f_2: x \mapsto x^2 \text{ sur } \mathbb{R} ; f_3: \begin{cases} \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 \end{cases} ; f_4: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto e^x \end{cases} ; f_5: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow]0; +\infty[\\ x \mapsto e^x \end{cases}$$

Définition : Soit f une fonction bijective :

$$f: \begin{cases} A \rightarrow B \\ x \mapsto f(x) \end{cases}$$

On peut alors définir la fonction réciproque de f , noté $g = f^{-1}$, définie par :

$$f^{-1}: \begin{cases} B \rightarrow A \\ y \mapsto f^{-1}(y) = \text{l'unique antécédent de } y \text{ par } f \end{cases}$$

2) a) Montrer que l'application suivante est bijective puis déterminer son application réciproque f^{-1} :

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -3x + 2 \end{cases}$$

b) Tracer sur le même repère orthonormé, le graphe de f , de f^{-1} . Tracer la droite d'équation $y = x$. Que constatez-vous ?