**TD II : Généralité sur les fonctions**

## Partie A : Ensemble de définition

**Exercice A.1** : Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{1 + x^2}} \qquad g(x) = \frac{x}{\sqrt{2 - x}} \qquad h(x) = \ln\left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)$$

**Exercice A.2** : Déterminer si les fonctions suivantes sont bornées ou non sur leur ensemble de définition (qu'il faut déterminer aussi !) :

$$f(x) = \frac{x - 3}{x^2 + 1} \ ; \quad g(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 1} \quad ; h(x) = \sin\left(\ln\left(\frac{e^{2x} + 1}{e^{3x} + 1}\right)\right) \quad ; \quad i(x) = \ln\left(\sin\left(\frac{e^{x^2} + 1}{e^{x^2+1} + 1}\right)\right)$$

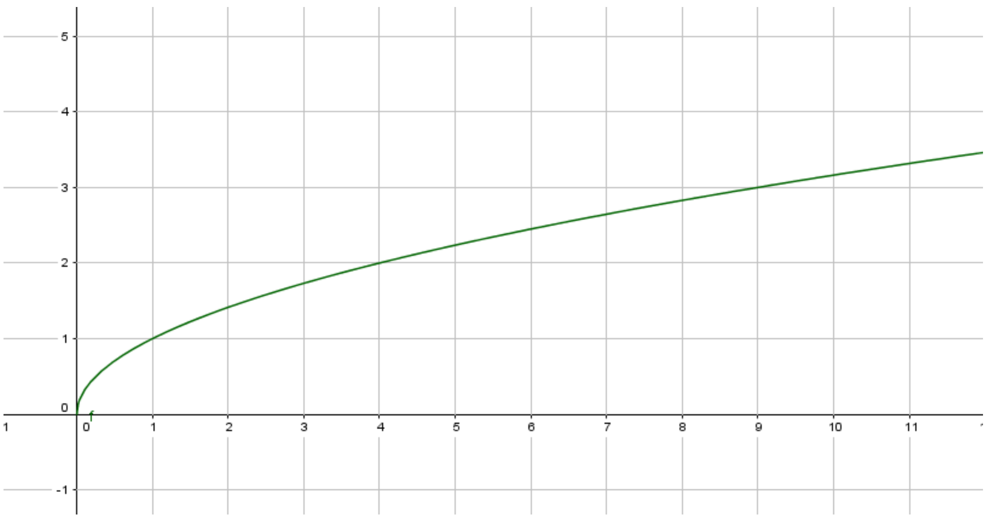
## Partie B : Symétrie

**Exercice B.1** : On a tracé ci-dessous le graphe de la fonction :

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \\ x \longmapsto \sqrt{x} \end{cases}$$

A l'aide de ce graphe tracer les courbes représentatives des fonctions suivantes :
On a représenté sa courbe sur la figure ci-contre.

- $f_1 : x \longmapsto \sqrt{x + 3}$
- $f_2 : x \longmapsto \sqrt{x} + 3$
- $f_3 : x \longmapsto \sqrt{4x}$
- $f_4 : x \longmapsto 4\sqrt{x}$
- $f_5 : x \longmapsto \sqrt{x - 4} + 2$



**Exercice B.2** : Etudier la parité, la périodicité des fonctions suivantes afin de réduire le domaine d'étude à son minimum.

$$f(x) = \sqrt{1 + x^2} \qquad g(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(2x)^2 + 1} \qquad h(x) = \ln\left(\sqrt{1 + x^2} + x\right)$$

## Partie C : Limite d'une fonction

**Exercice C.1** : Determiner les limites suivantes (en déduire alors une éventuelle asymptote pour la courbe représentative) :

$$f_1 : x \mapsto \frac{1 - 5x}{5 + x} \ \text{ en } -5, \pm\infty \ ; \ f_2 : x \mapsto \frac{3x^2 - x - 2}{x^4 - 1} \ \text{ en } 1, \pm\infty \ ; \ f_3 : x \mapsto \sqrt{\frac{x^3}{1 + x}} \ \text{en} \pm\infty$$

$$f_4 : x \mapsto \sqrt{x^2 - 4x + 1} - x + 2 \ \text{ en } +\infty \ ; \ f_5 : x \mapsto \sqrt{x^2 - 4x + 1} + x - 3 \text{ en } -\infty$$

**Exercice C.2** : Déterminer :

$$\lim_{x \to 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}}$$

**Exercice C.3** : Déterminer :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(1 + x)}{\ln(x)}$$